

## Série 7

**Exercice 1.** Décompose les polynômes suivants à coefficients dans  $\mathbb{R}$  en produit de facteurs :

- |                               |                                    |
|-------------------------------|------------------------------------|
| a) $a^2m + abm - 3am - 3bm$   | h) $y^3 - y - y^2 + 1$             |
| b) $m + n + p - am - an - ap$ | i) $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$     |
| c) $ax + x - a - 1$           | j) $1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5$ |
| d) $a^3 + a^2 + a + 1$        | k) $1 + b + b^2 + b^3 + b^4 + b^5$ |
| e) $6x^2 + xy + 18xz + 3yz$   | l) $x^2 - xy + xz - x + y - z$     |
| f) $20xy + 4y - 5x - 1$       | m) $2x^2 + 12xy + 18y^2 - 8$       |
| g) $6x^2 - 5xz - 6x + 5z$     |                                    |

**Exercice 2.** Effectue la division euclidienne du polynôme  $f(x)$  par  $x - a$  dans les cas suivants. Écris ensuite l'égalité fondamentale de la division.

- |                                                    |                                                          |
|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| a) $f(x) = 4x^3 - 10x^2 + 11x - 5$ et $a = 1$ ;    | c) $f(x) = 6x^3 - 7x^2 + 8x - 5$ et $a = -\frac{2}{3}$ ; |
| b) $f(x) = 9x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$ et $a = -2$ ; | d) $f(x) = 10x^2 - 19x - 17$ et $a = \frac{5}{2}$ ;      |

**Exercice 3.** Détermine la valeur des paramètres  $a$  et  $b$  pour lesquelles la division est exacte (le reste est nul). Détermine ensuite le quotient obtenu avec ces valeurs.

- |                                         |                                                                 |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| a) $x^2 + ax + 12$ divisé par $x - 3$ ; | c) $x^3 + ax^2 + 19x - 12$ divisé par $x - 1$ ;                 |
| b) $x^2 + ax + 15$ divisé par $x + 3$ ; | d) $x^6 + x^4 + ax^3 + bx^2 - x - 1$ divisé par $x^3 + x + 1$ . |

**Exercice 4.** Examine *sans effectuer la division* si les polynômes  $x^5 + a^5$  et  $x^5 - a^5$  sont divisibles par  $x + a$  et si les polynômes  $x^6 - 12a^2x^4 - 75a^5x - 22a^6$  et  $5x^4 + 7ax^3 - 4a^2x^2 + 2a^3x - 4a^4$  sont divisibles par  $x + 2a$ .

**Exercice 5.** Pour quelles valeurs de  $k$  le polynôme  $(x + 1)^k - (x - 1)^k$  est-il divisible par  $x$  ?

**Exercice 6.** Soit  $f(x) = -10x^4 + 73x^3 - 20x^2 - 289$ . Propose une méthode astucieuse pour calculer  $f(7)$  *rapidement* et *sans utiliser de machine* (puis calcule cette valeur).

**Exercice 7.** Décompose les polynômes suivants à coefficients dans  $\mathbb{R}$  en produit de facteurs :

- |                                     |                            |
|-------------------------------------|----------------------------|
| a) $x^3 + 2x^2 + x$                 | h) $a^2 - 2ab - 3b^2$      |
| b) $2a^6 - 6a^4 + 6a^2 - 2$         | i) $x(1 - y + x) - y$      |
| c) $54a^6 - 2$                      | j) $x^3 - 3x^2 + 9x - 27$  |
| d) $(x^2 - 1)^2 + 4x^2$             | k) $a^8 - 256$             |
| e) $xy - 9x^3y$                     | l) $b^8 - 2b^4 + 1$        |
| f) $(ab + a + 1)^2 - (b + a + 1)^2$ | m) $(x - 3)^3 + (y - 5)^3$ |
| g) $(x^2 - 1)^2 - (x + 1)(x - 1)^3$ | n) $x^2 + 3x - 4y^2 + 6y$  |

**Exercice 8.** Factorise les trinômes suivants dans  $\mathbb{Z}[x]$  en utilisant les formules de Viète lorsque cela est possible :

- |                      |                      |                        |
|----------------------|----------------------|------------------------|
| a) $x^2 + 2x - 35$ ; | c) $x^2 - 2x - 1$ ;  | e) $6x^2 + 19x - 11$ ; |
| b) $x^2 - 2x - 35$ ; | d) $3x^2 - 5x - 2$ ; | f) $x^2 - 48x + 47$ .  |

**Exercice 9.** Factorise les polynômes suivants :

- a)  $x^3 + 9x^2 + 11x - 21$ ;
- b)  $x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$ ;
- c)  $x^5 + 3x^4 - 16x - 48$ ;
- d)  $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ ;
- e)  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ ;
- f)  $x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$ ;
- g)  $6x^4 + 13x^3 - 13x - 6$ .

**Exercice 10.** Factorise les polynômes suivants en utilisant la méthode de la *complétion du carré* :

- |                        |                     |                      |
|------------------------|---------------------|----------------------|
| a) $3x^2 - 13x + 10$ ; | b) $x^2 + 6x + 7$ ; | c) $2x^2 - 2x - 1$ . |
|------------------------|---------------------|----------------------|

\* **Exercice 11.** Factorise les polynômes  $2x^2 - 3x - 7$  et  $3x^2 - 6x + 5$  à l'aide de la formule du trinôme.