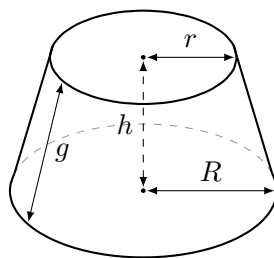


Série 4

Exercice 1. On considère un segment, l'axe, et un autre segment non parallèle qui détermine avec l'axe un trapèze droit. La surface de révolution engendrée par rotation du segment non parallèle autour de l'axe est un cône de révolution tronqué, c'est-à-dire un cône de révolution auquel on a ôté un cône de révolution de hauteur plus petite :



Calcule la surface latérale d'un cône tronqué en fonction de la longueur de la génératrice et des rayons r et R des deux cercles formant les bases. Tu devrais trouver $\pi(r + R)g$.

Exercice 2. On considère un plan α dans l'espace, $[AB]$ un segment dans ce plan, et $[A_1B_1]$ la projection orthogonale de $[AB]$ sur une droite a de α (et non perpendiculaire à AB). Soit M le milieu de $[AB]$ et O le pied sur a de la perpendiculaire à $[AB]$ passant par M . Montre que l'aire de la surface de révolution de $[AB]$ autour de l'axe $[A_1B_1]$ vaut alors $2\pi \cdot OM \cdot \overline{A_1B_1}$.

Indication. Il s'agit du même exercice que le précédent, mais on exprime la surface d'une autre façon. Pour comparer les longueurs de cette formule avec la précédente utilise le Théorème de Thalès pour des triangles semblables bien choisis.

Exercice 3. Compare l'aire d'une sphère de rayon r , l'aire d'un cylindre de hauteur $2r$ et de rayon r et l'aire de quatre disques de rayon r .

Cette découverte que tu viens de faire est due à Archimède, qui l'estimait tant qu'il en fit graver une figure sur sa tombe. Celle-ci permit à Cicéron de reconnaître cette tombe alors qu'il était questeur en Sicile.

Exercice 4. Fuseau sphérique. Un fuseau sphérique d'angle α est la surface délimitée sur la sphère par deux méridiens (la pelure d'une tranche de pastèque ou d'orange...). Calcule l'aire d'un fuseau sphérique d'angle α (en radians) sur une sphère de rayon r .

Exercice 5. Compare les volumes de deux polyèdres semblables connaissant leur rapport de similitude λ . Commence par analyser le cas de deux cubes dont les côtés sont de longueur a et λa respectivement.

Exercice 6. On considère un tétraèdre régulier dont les arêtes sont toutes de longueur a . Exprime le volume de ce tétraèdre en fonction de a .

Exercice 7. La pyramide de Khéops. La pyramide de Khéops, dont la construction commença environ en -2650 , est une pyramide de base presque parfaitement carrée. Les côtés de la base mesurent en effet 230 mètres (à quelques centimètres près!). De plus les faces latérales sont presque des triangles équilatéraux puisque les côtés issus du sommet mesurent environ 215 mètres.

a) Calcule la hauteur de la pyramide de Khéops.

- b) Calcule l'angle que forment les faces latérales avec la base.
- c) Calcule l'aire de la surface latérale de la pyramide de Khéops.
- d) Calcule le volume de la pyramide de Khéops.

* **Exercice 8.** Sur un rectangle de 5 mètres sur 2, on forme un tas de sable dont les pans font un angle de 60° avec le sol. Dessine ce tas de sable dans les projections de Monge en plaçant un sommet du rectangle de base en $A = (2; 1; 0)$ avec le plus long des côtés AB parallèle à Ox (avec toutes les coordonnées des sommets positives). Donne le volume du tas de sable, ainsi que l'angle que forme une arête du tas de sable avec le sol.

Exercice 9. Des scouts construisent un tipi à l'aide de 6 perches de 6 mètres de long. Ils les attachent ensemble de sorte à laisser dépasser 1 mètre en dehors de la tente et placent les extrémités à intervalles réguliers sur un cercle de 3 mètres de rayon. De quelle surface au sol disposent ces scouts dans leur tipi ? Quelle est la hauteur de leur tipi et quel est son volume ?

Remarque. Les tipis des indiens d'Amérique du Nord sont en fait asymétriques (à cause du vent) et utilisent plus de six perches en général.

Exercice 10. Deux enfants s'achètent un cône de glace à la vanille. Le cône en bricard mesure 10 cm de haut et sa base est un disque de 3 cm de rayon. Sans perdre trop de temps car la glace fond vite, aide ces enfants à trouver par où couper le cône par un plan parallèle à la base de sorte que les deux parties aient même volume.

Réponds d'abord au problème en supposant que la glace arrive tout juste au bord du cône, et que rien ne dépasse. Refais ensuite tes calculs en supposant que la glace forme exactement une demi-boule au sommet du cône. Aide finalement les enfants à trouver une solution plus simple pour que chacun puisse manger rapidement la moitié exactement de la glace.

Exercice 11. Un souffleur de verre fabrique une boule de verre creuse. Sachant que la densité du verre est de 2500 kg/m^3 (aussi dense que le béton !), que le rayon extérieur de la boule est de 15 cm et le rayon intérieur de 5 cm, calcule le poids de cette œuvre d'art.