

Série 34

Exercice 1. Aire de parallélogrammes. Calcule l'aire d'un parallélogramme construit sur les vecteurs \vec{a} et \vec{b} dans les cas suivants :

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$;

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$;

Exercice 2. Aire de triangles et de quadrilatères.

- a) Calcule l'aire du triangle ABC , sachant que $A = (3; -1)$, $B = (-1; 2)$ et $C = (7; 5)$. Déduis-en la longueur de la hauteur issue de B .
- b) Soient $A = (3; 0)$, $B = (1; 4)$, $C = (-5; -1)$ et $D = (0; -6)$. Calcule l'aire du quadrilatère $ABCD$.
- c) On considère les points du plan $A = (3; 5)$, $B = (-2; -1)$, $C = (4; -2)$ et $D = (1; 1)$. Calcule l'aire du quadrilatère $ABCD$ de deux manières : une fois en exploitant le triangle ABC , une fois en exploitant le triangle ABD .

Chouette, des chouettes problèmes !

Exercice 3. Un rayon lumineux parcourt la droite d'équation $(d) : x - 2y + 5 = 0$, et il se réfléchit sur la droite d'équation $(e) : 3x - 2y + 7 = 0$. Quelle est l'équation de la droite support du rayon réfléchi ?

Exercice 4. Détermine les équations des droites supports des côtés du triangle ABC connaissant $C = (4; -1)$, ainsi que les équations de la hauteur h et de la médiane m issue d'un même sommet :

$$(h) : 2x - 3y + 12 = 0 \quad \text{et} \quad (m) : 2x + 3y = 0 .$$

Exercice 5. Calcule les coordonnées des sommets A et C du triangle ABC dont on donne $B = (2; -7)$ ainsi que les équations de la hauteur h issue de C et de la médiane m issue de A :

$$(h) : 3x + y + 11 = 0 \quad \text{et} \quad (m) : x + 2y + 7 = 0 .$$

Indication. Pose $C = (\alpha; \beta)$ pour exprimer que $C \in h$, puis que le milieu M de $[BC]$ est sur m .

Exercice 6. L'aire du triangle ABC vaut $3/2$. Deux de ses sommets sont $A = (2; -3)$ et $B = (3; -2)$, et le centre de gravité du triangle se trouve sur la droite d d'équation $y = 3x - 8$. Calcule les coordonnées du sommet C .

Exercice 7. Dans le plan, on considère :

- le point $P = (2; -1)$;
- les droites d et g d'équation respective $y = 2x + 5$ et $3x + 6y = 1$;
- le point A , situé à l'intersection des droites d et g .

Détermine les équations des droites passant par P et qui forment avec les droites d et g des triangles isocèles en A .

Exercice 8. Le point $E = (1; -1)$ est le centre d'un carré dont un des côtés est porté par la droite d d'équation $3x - 5y + 9 = 0$

- a) Détermine les équations des droites qui portent les deux côtés du carré non parallèles à la droite d sans calcul de coordonnées de points.
- b) Trouve les coordonnées des sommets du carré en utilisant une projection orthogonale, et sans utiliser d'équation de droite (en particulier, sans tes réponses de **a**)).

***Exercice 9. Paraboles et cercles.**

- a) Détermine les équations des cercles tangents à l'axe Ox et passant par les points $A = (-2; 1)$ et $B = (5; 8)$.
- b) Détermine les équations des cercles tangents à la droite t d'équation $x + y - 10 = 0$ et passant par les points $A = (7; 1)$ et $B = (-5; 5)$.
- c) Détermine les équations des cercles passant par $A = (-1; 5)$ et qui sont tangents aux droites d'équations $(d) : 3x + 4y - 35 = 0$ et $(g) : 4x + 3y + 14 = 0$.

Exercice 10. On considère les deux cercles d'équations :

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 81 \quad \text{et} \quad (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

Détermine les équations de toutes les tangentes communes aux deux cercles.