

1. L'examen porte sur l'ensemble des cours présentés en classe et des exercices (à l'exception des exercices indiqués comme facultatifs).
2. En particulier : l'ensemble des résultats énoncés en cours sont à connaître et savoir utiliser.
3. En particulier : l'ensemble des exercices (séries A et B) sont à connaître, tant dans leurs résultats que dans leurs résolutions, à l'exception des exercices facultatifs.
4. Pour la série 8A : les exercices sont facultatifs. Seuls les rappels sont à connaître.
5. Une question de l'examen portera sur la preuve de l'un des résultats ci-dessous. Les autres questions portant sur des démonstrations peuvent, entre autres, utiliser des résultats énoncés aux cours, des démonstrations ou morceaux de démonstrations parmi celles demandées, ou des raisonnements présentés en exercices.

## Démonstrations à connaître pour l'examen

### 1 Chapitre 1 : espace $\mathbb{R}^n$

1. Une suite de points dans  $\mathbb{R}^n$  converge si et seulement si chaque composante converge.
2. La boule ouverte est ouverte / la boule fermée est fermée.

### 2 Chapitre 2 : courbes paramétrées

1. Justification de la formule du calcul de la longueur d'une courbe par les sommes de Riemann

### 3 Chapitre 3 : fonctions

1. Preuve que  $x_0$  appartient à l'ensemble des points d'accumulation d'un ensemble  $E$  si et seulement si il existe une suite  $(x_k)_{k=0}^{+\infty} \in E \setminus \{x_0\}$  telle que  $x_k \rightarrow x_0$ .
2. Preuve qu'une fonction continue dans un ensemble ouvert, prolongée par continuité sur le bord de cet ensemble, est continue sur la fermeture de cet ensemble.

### 4 Chapitre 4 : dérivées partielles

1. Une fonction continûment différentiable en  $x_0$  est différentiable en  $x_0$  (cas  $n = 2$ ).
2. Démonstration du théorème des accroissements finis.
3. Formule du calcul de la dérivée directionnelle pour une fonction différentiable
4. Preuve du théorème de Taylor pour une fonction  $C^2$
5. Preuve de la condition suffisante pour que  $f(x_0)$  soit un extremum local
6. Preuve de la condition nécessaire :  $f(x_0)$  est un extremum lié, alors il est un point stationnaire du lagrangien

### 5 Chapitre 5 : intégrales

1. Intégrale dépendante d'un paramètre : preuve que l'intégrale d'une fonction continue est continue
2. Intégrale dépendante d'un paramètre : preuve que l'intégrale d'une fonction qui admet une dérivée partielle par rapport à  $x_i$  est dérivable par rapport à  $x_i$  (uniquement le cas avec des bornes constantes)

### 6 Chapitre 6 : EDO

1. Preuve de l'existence et unicité locale des solutions à une EDO à variables séparées