Objectifs du Plan d'Études Romand

Les objectifs et attentes fondamentales du *Plan d'Études Romand* (PER ci-dessous) en rapport avec celles du Test 8 ici sont les suivants.

Analyse réelle

Cette partie apporte des compléments sur MSN 32. En étudiant de manière assez académique les propriétés des nombres réels, l'élève résout des problèmes numériques par choix des opérations, utilisation d'outils de calculs, estimation et pertinence du résultats, il communique sa démarche en utilisant un vocabulaire adéquat, etc. Il compare, encadre et estime.

Géométrie cartésienne

Ce chapitre de niveau postobligatoire permet aussi de pratiquer la traduction de situations géométriques en expressions littérales.

Champ du Test 8

Les sujets indiqués ci-dessous donnent le contenu théorique du cours Euler en rapport avec les objectifs du PER sans entrer dans les détails des exercices abordés. L'épreuve teste des éléments d'Analyse en rapport avec les limites de fonctions réelles, les fonctions exponentielle et logarithme, ainsi que des éléments de Géométrie en rapport avec les espaces vectoriels, des sujets hors plan d'étude (car de niveau postobligatoire).

Fonctions réelles

1. Limites de fonctions
   - Théorème des Deux Gendarmes pour les fonctions
   - Limite d'une composition de fonctions, et changement de paramètre
   - Asymptotes verticales et horizontales
   - Asymptotes obliques et méthode de calcul
   - Graphes de fonctions
2. Exponentielles et logarithmes
   - Fonctions exponentielles de base a, le nombre d'Euler e, et 10
   - Monotonie et injectivité des fonctions exponentielles
   - Définition des fonction logarithmiques
   - Logarithmes de base a, e, et 10
   - Changements de base
   - Exponentielles de sommes, logarithmes de produits — et autres formules

- Comparaison des croissances de suites exponentielles, logarithmiques et polynomiales
- Résolution d'équations exponentielles et logarithmiques.

Espaces vectoriels

1. Flèches et vecteurs dans $\mathbb{R}^n$
   - Flèches, extrémités, direction, sens et longueur de flèches
   - Classes d'équipollence de flèches
   - Vecteurs de V_n
   - Bijection avec les translations
   - Addition dans V_n; action de $\mathbb{R}$ sur V_n
2. Espaces vectoriels
   - Définition d'un espace vectoriel V sur un corps K
   - V_n en tant que $\mathbb{R}$-espace vectoriel
   - Combinaison linéaires de vecteurs
   - Dépendance et indépendance linéaire

Collages concernés

247 à 292. Peuvent apparaître au test la démonstration du collage 252 (les Deux Gendarmes pour les fonctions), la démonstration de $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ du collage 253, ainsi que celles des collages 273, 274 (Série 27, Exercices 13 et 14), et 277 (l'équipollence est une relation d'équivalence).

Séries concernées

Série 25: Le résultat de l'Exercice 1 est à connaître (puisqu'il est utilisé régulièrement dans les calculs de limites), mais l'exercice lui-même ne fera pas l'objet de question. Les autres exercices sont à maîtriser.

Série 26: Le résultat de l'Exercice 4 est à connaître (puisqu'il est utilisé régulièrement dans les calculs de limites), mais l'exercice lui-même ne fera pas l'objet de question. Les autres exercices font partie du champ des révisions.

Série 27: Tous les exercices font partie du champ des révisions. Les Exercice 5 à 16 sont à maîtriser parfaitement (les Exercices 13 et 14 font partie des démonstrations à connaître).

Série 28: Les Exercices 7, 13 et 14 a) et b) ne feront pas l'objet de question. Les autres exercices (Exercice 14 c) et d) inclus) font partie du champ des révisions.

Remarques

- Les définitions sont à connaître par cœur. Les différents aspects des fonctions exponentielles et logarithmes, graphes compris, peuvent faire l'objet de questions. Les définitions des collages 288 (espace vectoriel), 290 et 291 (combinaison et d'indépendance linéaire) sont essentielles.

- Les notations mathématiques sont à maîtriser parfaitement.

- Les énoncés des résultats (Lemmes, Propositions, Théorèmes, Corollaires) sont à apprendre par cœur.

- Les énoncés des nouveaux résultats apparaissant dans les exercices (et non mentionnés explicitement ci-dessus) ne font pas partie des énoncés à apprendre par cœur.

- Tous les exercices à revoir doivent être compris et pouvoir être reproduits au test (ils y apparaîtront la plupart du temps sous une forme légèrement différente). Les exemples du cours peuvent aussi apparaître sous forme de question au test.

Rappel technique

Vous devriez avoir l'habitude maintenant que la première étape d'un calcul de limite $\lim_{x\to a} f(x)$ (avec $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$) est souvent l'évaluation directe "$f(a)$" qui, lorsqu'elle n'est pas un nombre réel, donne une expression indéterminée de la forme

$$\text{“}\frac{0}{0}\text{”} \qquad \text{ou} \qquad \text{“}\frac{\infty}{\infty}\text{”} \qquad \text{ou} \qquad \text{“}\infty - \infty\text{”}$$

(voir aussi la Remarque 6.8 du cours). Dans les exercices, la plupart de ces indéterminations peuvent être levées en exploitant une ou plusieurs des **trois** techniques de base suivantes (chacune des ces technique est souvent suivie par une simplification et une évaluation de la limite pour la fonction simplifiée):

- mise en évidence de $(x - a)$ au numérateur et au dénominateur (ce que nous faisions déjà pour déterminer la 2e coordonnée des "trous" des fonctions rationnelles), ou
- mise en évidence d'une puissance de x au numérateur et au dénominateur (comme par exemple pour les limites à l'infini de fonctions rationnelle ou des variantes comme à l'Exercice 7 de la Série 25, ou encore pour faire apparaître une expression de la forme $\frac{\sin(x)}{x}$ dont les limites sont maintenant connues pour $x \to 0$ *et* $x \to \pm\infty$ grâce au Théorème des deux Gendarmes pour les fonctions), ou
- "amplification par le conjugué" (comme à l'Exercice 3 de la Série 24, ou dans plusieurs calculs d'asymptotes de l'Exercice 1 de la Série 26, ou encore dans l'Exercice 6 de la Série 25 si on admet que le conjugué de $1 - \cos(x)$ est $1 + \cos(x)$ — une amplification utile pour faire apparaître une expression de la forme $\frac{\sin(x)}{x}$ dans un second temps).