Série 17

Exercice 1. Effectue une étude de signe pour les fonctions suivantes, détermine l'ensemble de définition, les asymptotes, les “trous” éventuels, puis esquisse le graphe :

a) $f(x) = \dfrac{x-1}{(2-x)(x+3)^2}$;

b) $f(x) = \dfrac{x^2-5x+6}{x^3+2x^2-x-2}$;

c) $f(x) = \dfrac{4x^2-x^3}{3x^2+6x}$.

Explique pourquoi, dans chaque cas, le tableau de la position de la courbe par rapport à l'asymptote oblique n'est pas nécessaire.

∗ **Exercice 2.** Résous les inéquations suivantes :

a) $\dfrac{5x^2+2}{x^2-9} > \dfrac{5x-4}{x-3}$;

b) $\dfrac{4x^2+12x+2}{2x^2+3x+4} > 2$;

c) $\dfrac{x^2+10x+16}{x-1} > 10$;

d) $\dfrac{5}{x^2+5x+6} - \dfrac{2}{x^2-4} \geq \dfrac{3}{x^2-9}$.

∗ **Exercice 3.** Détermine l'ensemble des nombres réels qui satisfont l'inégalité $(x+1)^2 - |x-2| \geq 0$.

Exercice 4.

a) Détermine le domaine de définition et les asymptotes de la fonction $f(x) = \dfrac{1+x^2}{x}$.

b) Détermine le domaine de définition de la fonction $f(x) = \dfrac{x^3+1}{x}$ et montre qu'elle a une asymptote parabolique.

c) Montre que la droite $y = 4x-3$ est asymptote oblique de la fonction $f(x) = \dfrac{4x^3-3x^2+4x-2}{x^2+1}$.

d) Trouve l'équation de la droite asymptote oblique de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2-4x+3}{x+1}$.

Exercice 5. Détermine les réels a, b, c et d pour que le graphe de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

respecte les conditions suivantes :

- les droites d'équation $x = 3$ et $y = -2$ sont des asymptotes de f ;
- le graphe de f passe par le point $P = (2; 0)$.