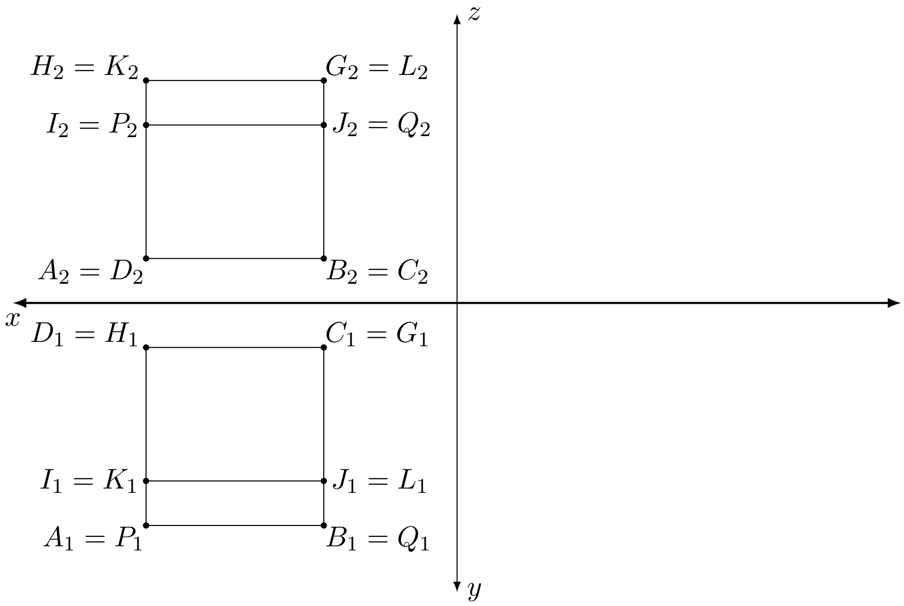
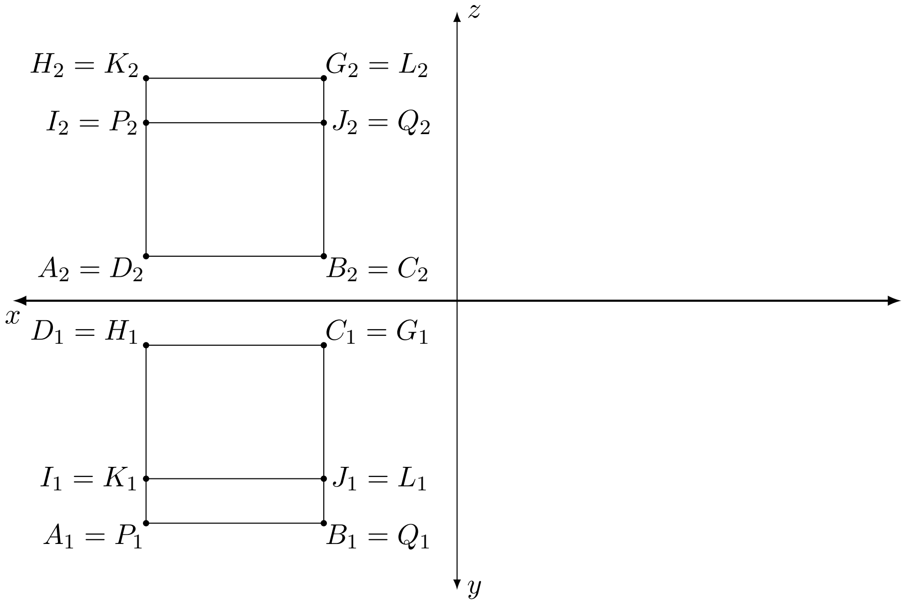
EPFL — Cours Euler 03.09.2025
Deuxième année

Série 3

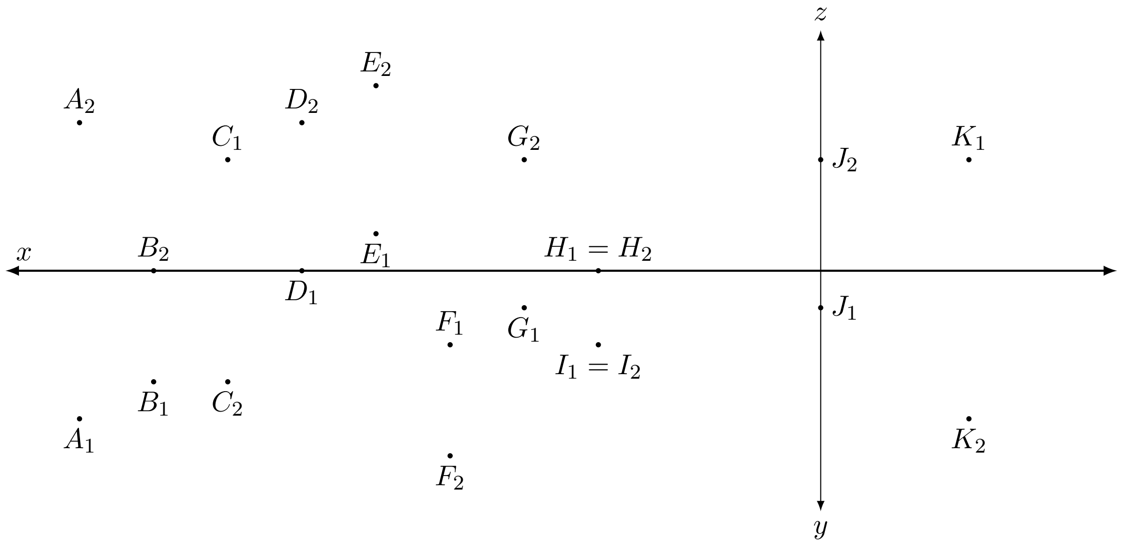
Exercice 1. [Représentations ambigües.]
Bien que les points de l'espace soient uniquement déterminés par leurs deux premières projections de Monge, les solides ne le sont pas forcément.
Dessine ci-dessous la troisième projection de *deux* solides différents qui possèdent les deux premières projections suivantes (suppose que les faces de ce solide sont construites avec des portions de plans) :





Représente ensuite ces solides dans l'espace (par exemple en utilisant une projection cavalière).

Exercice 2. Soient les points A–K donnés par les projections suivantes :



a) Dessine ci-dessus les troisièmes projections de chacun des points.

b) Détermine dans quel quadrant, sur quel plan de projection, ou sur quel axe se situe chaque point.

Exercice 3. Dessine les trois projections d'un parallélogramme $ABCD$ où, en coordonnées cartésiennes,

$$A = (12; 5; 6)\ , \quad B = (8; 10; 8)\ , \quad C = (2; 7; 5)\ .$$

***Exercice 4.** Dessine *avec visibilité*, c'est-à-dire avec les arêtes cachées en traitillés, les trois projections du tétraèdre $ABCD$, où

$$A = (10; 10; 7)\ , \quad B = (3; 4; 10)\ , \quad C = (4; 7; 3)\ , \quad D = (7; 1; 2)\ .$$

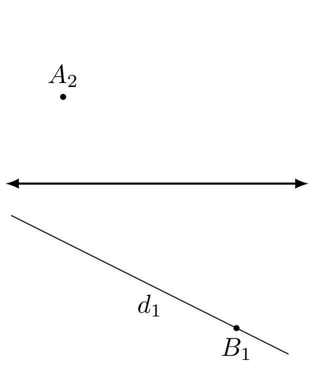
Remarque. La visibilité *en 2^e projection se fait comme si on se tenait "au loin" sur Oy (par exemple en* $(0; 100; 0)$*) et qu'on regardait vers le plan Oxz ; de même, en 1^{re} projection, elle se fait comme si on se tenait "très haut" sur Oz et qu'on regardait vers le plan Oxy.*

$\ast$**Exercice 5.**

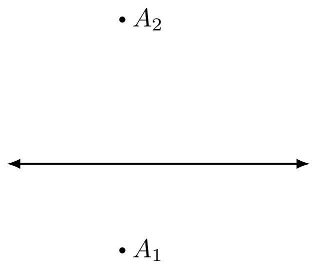
a) Dessine les trois projections d'un cône de révolution dont la base est située dans le plan horizontal de projection : le cercle de base est centré en $M = (8; 6; 0)$ et est de rayon 5, et le sommet S a sa troisième coordonnée $z = 12$. (Dessine les génératrices délimitant le contour apparent du cône en seconde et troisième projections ; pour ne pas encombrer l'épure, ces génératrices sont généralement dessinées seulement sur la projection où elles aident à la représentation visuelle du cône.)

b) Dessine les trois projections du point P appartenant à la surface du cône (mais pas à sa base), sachant que ses deux premières coordonnées sont $x = 10$ et $y = 9$.

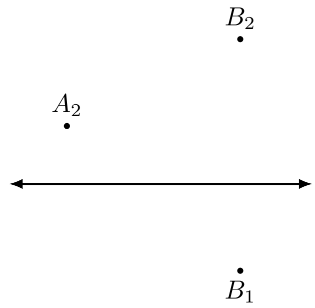
Exercice 6. [Droites particulières.]
Complète les épures et les définitions des droites particulières ci-dessous en sachant que $A, B \in d$ et que dans chaque cas, d est soit perpendiculaire, soit parallèle à exactement *un* des plans de projections.



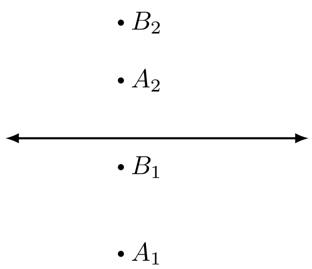
une droite **horizontale** est parallèle à ......



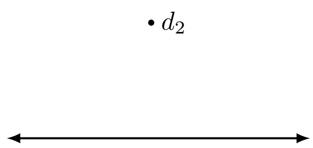
une droite **verticale** est perpendiculaire à ......



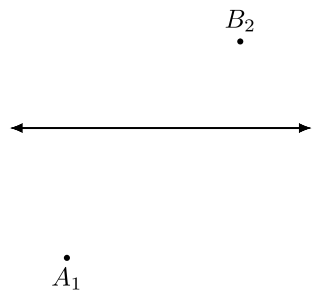
une droite **frontale** est ....



une droite **de profil** est ....



une droite **de bout** est ....



une droite **parallèle à** Ox est ....

Exercice 7.

a) Remplis le tableau suivant (par exemple, une droite verticale est aussi une droite frontale) :

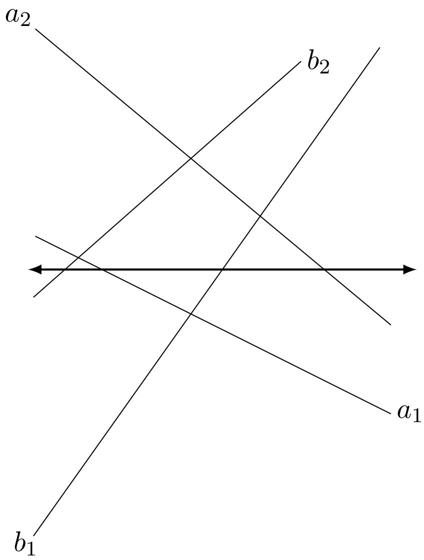
	horizontale	frontale	de profil
une droite verticale est aussi		$\times$	
une droite de bout est aussi			
une droite parallèle à Ox est aussi			

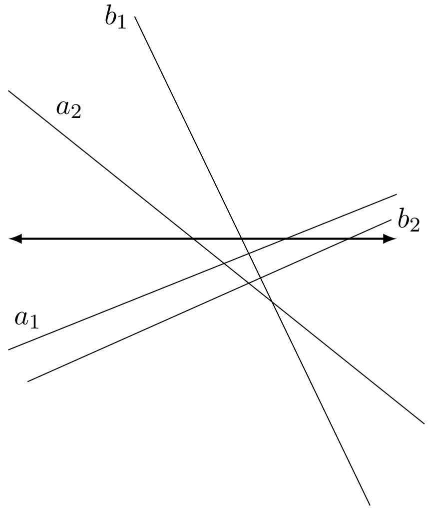
b) Y a-t-il une manière d'interpréter ce tableau (une fois complété) "dans l'autre sens", par exemple une droite qui est à la fois frontale et horizontale, est-elle verticale, de bout, et/ou parallèle à Ox ?

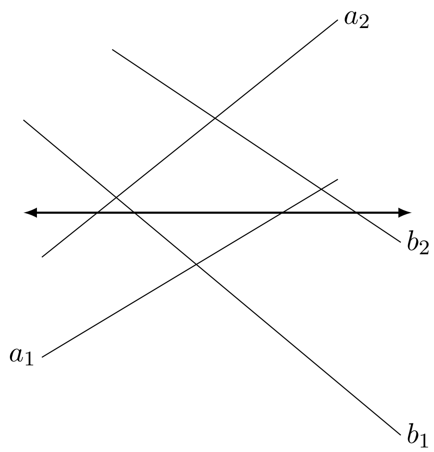
Exercice 8. Construis les deux premières projections du quadrilatère plan $ABCD$ dont le sommet A appartient au 2^{e} plan de projection, le segment $[BC]$ est parallèle à Oxz, le segment $[AB]$ est horizontal et le sommet C est situé sur l'axe Oy. On donne $A = (15; ?; 8)$, $B = (8; 9; ?)$, $C = (?; ?; ?)$ et $D = (2; 4; ?)$.

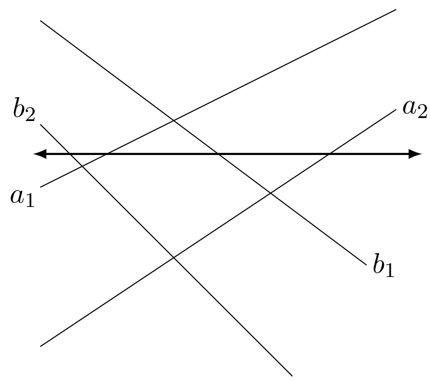
Remarque. Cet exercice introduit un principe extrêmement important en géométrie de l'espace pour travailler dans un plan dont 3 points non alignés, ici A, B et C, sont donnés. Sauras-tu trouver ce principe (et en particulier D_2) ?

Exercice 9. Lorsque cela est possible et en utilisant les notations correctes, construis dans chaque épure ci-dessous les 2 premières traces du plan contenant les droites a et b.

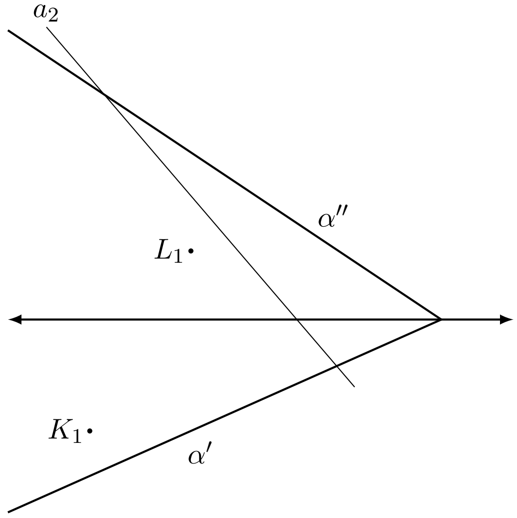


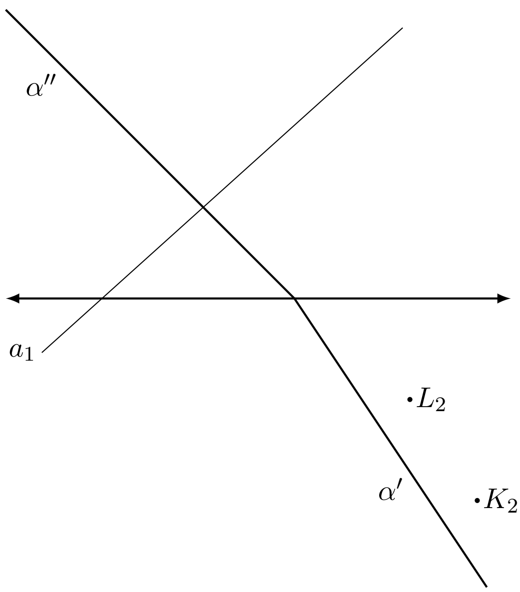




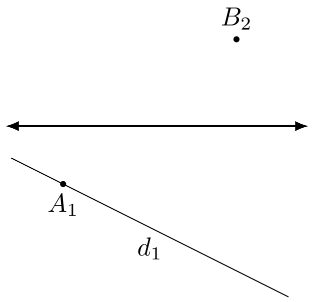


Exercice 10. Construis la 1$^{\text{re}}$ ou 2$^{\text{e}}$ projection de la droite a, ainsi que des points K et L dans les épures suivantes, sachant que $a \subseteq \alpha$ et $K, L \in \alpha$.

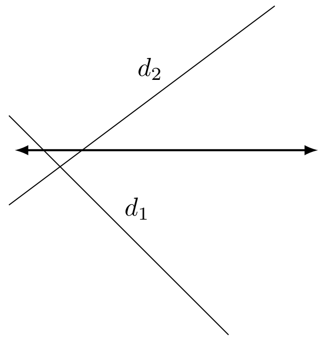




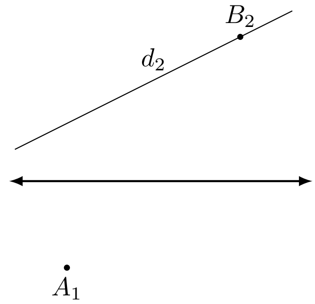
Exercice 11. [Plans particuliers.]
Complète les épures et les définitions ci-dessous en donnant les traces du plan α illustrant la définition. Dans chaque cas, $A, B \in d$, $d \subseteq \alpha$ et α est soit parallèle, soit perpendiculaire à *un* des plans de projections. (Tu peux t'aider des définitions des droites particulières en remplaçant "droite" par "plan" !)



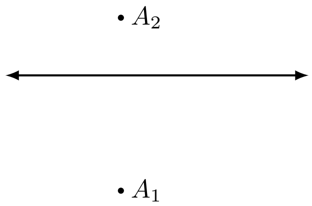
un plan .... est parallèle à Oxy



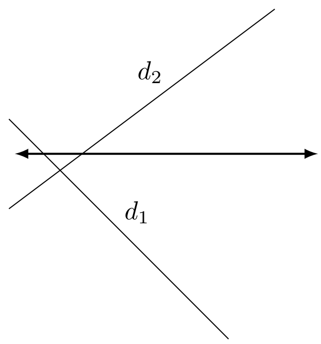
un plan .... est perpendiculaire à Oxy



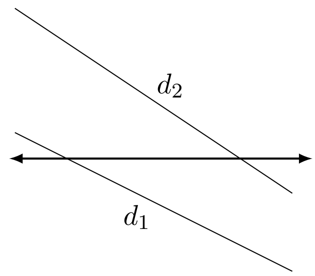
un plan **frontal** est parallèle à ....



un plan .... est parallèle à Oyz



un plan .... est perpendiculaire à Oxz



un plan **parallèle à** Ox est ....

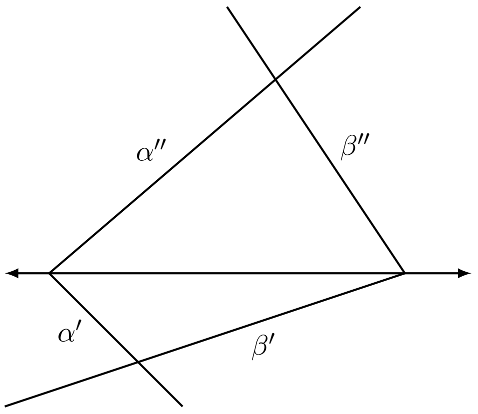
Exercice 12.

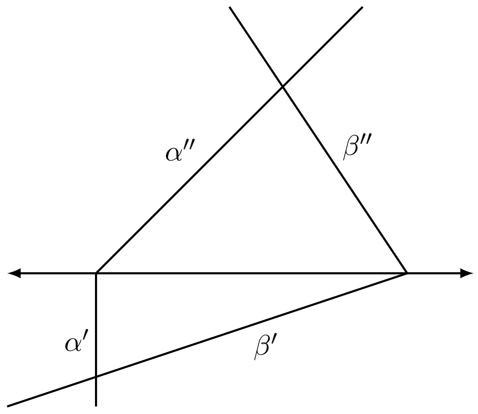
a) Remplis le tableau suivant :

	vertical	de bout	parallèle à Ox
un plan horizontal est aussi			
un plan frontal est aussi			
un plan de profil est aussi			

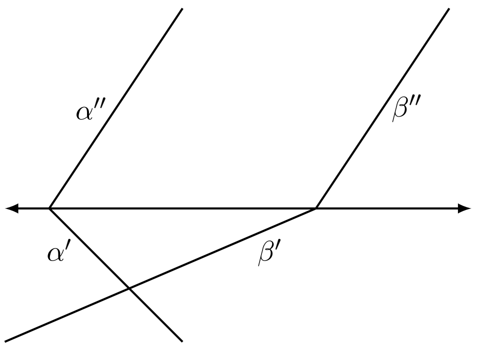
b) Y a-t-il une manière d'interpréter ce tableau complété "dans l'autre sens" ? Quel lien peut-on effectuer entre ce tableau et celui des droites particulières ?

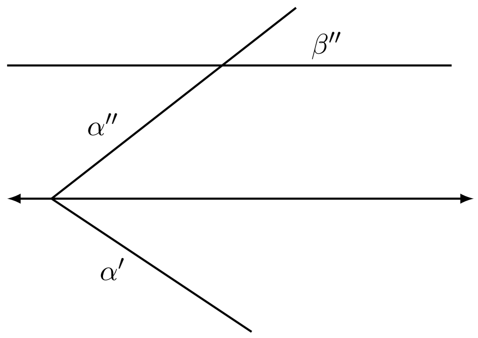
Exercice 13. [Intersections de plans.]
Utilise qu'une droite est déterminée par deux de ses points pour construire la droite d d'intersection de α et β dans chacune des épures suivantes.

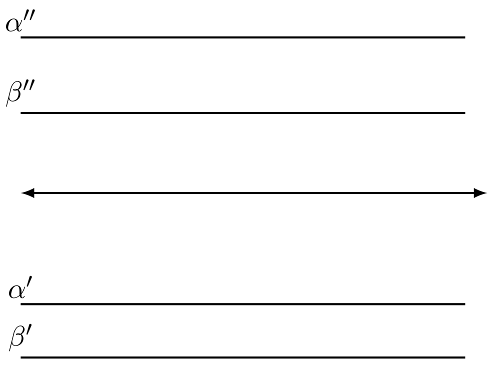




Exercice 14. [Intersections de plans, suite.]
Construis la droite d d'intersection des plans α et β dans chacun des cas particuliers suivants.







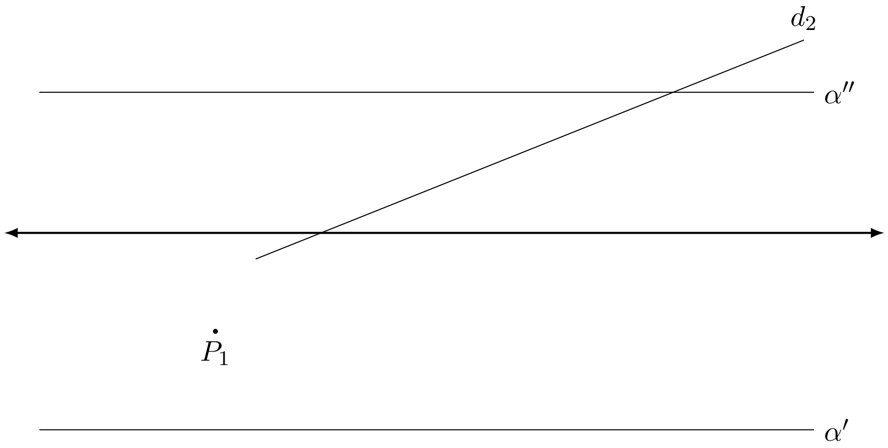
Indication. Dans le dernier cas, une droite ou un plan auxiliaire pourrait être utile ?

Exercice 15. [Tiré du Test 2 Euler, 2022.]
On considère ci-dessous les traces d'un plan α en projections de Monge.

a) Détermine la première projection de la droite d appartenant à α.

b) Détermine les deux projections d'une droite p telle que : p appartient à α, p est perpendiculaire au 3^e plan de projection, et $P_1 \in p_1$.

c) Construis P_2 sachant que $P \in \alpha$.



Exercice 16. [Tiré du Test 2 Euler, 2022.]
Ci-dessous, sont données les deux projections de Monge d'une droite d, ainsi que les traces d'un plan α.

a) Détermine les deux traces d'un plan β vertical contenant d.

b) Construis les deux projections de l'intersection i de α et β.

c) Construis les deux projections de l'intersection P de d et α (les point **??** et **??** peuvent être utiles).