

# Série 2

Pour le 27 août 2025

## Exercice 1

De combien de façons peut-on aligner 5 dés (à six faces) de couleurs différentes ?

## Exercice 2

Un représentant doit rendre visite à cinq clients. De combien de manières peut-il le faire s'il effectue toutes ses visites le même jour ? Et s'il fait trois visites le premier jour et deux le second jour ?

## Exercice 3

Un groupe de 5 hommes et 7 femmes aimerait former un comité pour l'égalité des chances composé de deux hommes et trois femmes. Combien de comités différents peut-on former ? Et si deux femmes ne s'entendent pas bien et préfèrent ne pas siéger ensemble ?

## Exercice 4

On considère un groupe de 10 randonneurs, dont Pierre, Paul et Jacques. Les 10 randonneurs marchent les uns derrière les autres (ils forment une colonne de marcheurs).

- Combien y a-t-il de colonnes possibles ?
- Dans combien de colonnes Pierre, Paul et Jacques se suivent-ils (dans un ordre quelconque) ?
- Quel est le nombre de colonnes pour lesquelles Pierre, Paul et Jacques ne sont ni en tête, ni en queue du groupe ?

## Exercice 5

Un robot parcourt une terrasse rectangulaire de 4 mètres sur 7 en suivant le bord des dalles carrées de un mètre de côté. Il commence sur un coin de la terrasse et aimerait rejoindre le coin situé à l'opposé de la diagonale. Combien de chemins de longueur minimale peut-il emprunter ?

**Exercice 6**

- a) Dans une société de 25 personnes, on doit en désigner 4 qui formeront le comité. Combien de comités différents peut-on constituer ?
- b) Dans une société de 25 personnes, on doit désigner un président, un vice-président, un trésorier et un secrétaire. De combien de manières différentes peut-on choisir ces 4 personnes ?

**Exercice 7**

- a) Un étudiant doit résoudre 8 problèmes sur 10 lors d'une épreuve écrite. Combien de choix peut-il faire ?
- b) Même question en supposant de plus qu'il doit obligatoirement résoudre :
- i) les 3 premiers problèmes ;
  - ii) 4 au moins des 5 premiers problèmes.

**Exercice 8**

Un tiroir contient 4 couteaux, 7 fourchettes et 1 cuillère, mais ces ustensiles sont rangés dans le plus grand désordre.

- a) On choisit successivement trois de ces services sans remettre le service choisi dans le tiroir. Déterminer le nombre de tirages pour lesquels on a tiré :
- i) dans cet ordre la cuillère, une fourchette et un couteau ?
  - ii) un couteau lors du troisième tirage ?
  - iii) la cuillère ?
  - iv) au moins deux fourchettes ?
- b) On saisit dans le tiroir, simultanément, trois des ustensiles. Déterminer le nombre de tirages pour lesquels on a tiré :
- i) la cuillère, une fourchette et un couteau ;
  - ii) trois fourchettes ou trois couteaux ;
  - iii) la cuillère ?

**Exercice 9**

De combien de façons peut-on choisir 5 cartes à jouer dans un jeu de 36 cartes, de manière que ces 5 cartes comprennent :

- a) les 4 as ?
- b) au moins 2 as et au moins 2 rois ?
- c) au moins un as ?

**Exercice 10**

On dispose de 10 timbres tous différents. Trois d'entre eux sont rouges, cinq sont bleus et deux sont verts. On en choisit quatre. De combien de façons différentes peut-on faire ce choix, sachant que :

- a) les timbres choisis sont tous de la même couleur ?
- b) les trois couleurs figurent parmi les timbres choisis ?

**Exercice 11**

Chaque jour de la semaine (7 jours), un amoureux offre une fleur à sa belle. Il achète cette fleur dans un magasin qui ne vend que des iris, des oeillets et des roses. Il fait en sorte que chaque semaine soit différente de toutes les précédentes.

- a) Pendant combien de semaines ce Romeo peut-il acheter des fleurs dans ce magasin ?
- b) Combien y aura-t-il de semaines au cours desquelles la jeune fille recevra :
  - i) au moins une rose ?
  - ii) exactement 3 roses ?
  - iii) 3 roses, 2 iris et 2 oeillets ?

**Exercice 12**

Calcule tous les coefficients multinomiaux de la forme  $\binom{2}{n_1, n_2, n_3}$ , puis utilise-les pour développer  $(x + y + z)^2$ .

**Exercice 13**

Les parents des triplés Kay, May et Ray ont acheté 7 cadeaux différents. Combien de manières y a-t-il de les distribuer ? Et si Kay en reçoit 3 ?

**Exercice 14**

Quatre nouvelles écoles ont été construites et on dispose de 8 tableaux noirs de tailles différentes. De combien de manières peut-on les répartir ?

**Exercice 15**

On tire 3 cartes d'un jeu de 36 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir

- a) 3 as ?
- b) 2 rois et une dame ?
- c) au moins un valet ?

**Exercice 16**

Dans un jeu de bridge (52 cartes), les joueurs Nord et Sud reçoivent 8 carreaux. Quelle est alors la probabilité que Est ait exactement 3 des 5 cartes de carreau restantes ?

**Indication.** Tu peux raisonner sur l'ensemble fondamental "réduit" des 26 cartes qui restent à distribuer entre Est et Ouest une fois que Nord et Sud disposent des leurs. Combien de donnes possibles y a-t-il ?

**Exercices théoriques****Exercice 17**

**Lois de Morgan.** Soient  $E_1, \dots, E_n$  des ensembles. Montre que  $\bigcap_{i=1}^n E_i^c \subset (\bigcup_{i=1}^n E_i)^c$ .

**Exercice 18**

**Un peu de combinatoire pour réviser.** On considère un groupe de  $n$  personnes qui doivent choisir un comité assorti d'un président. Le nombre de personnes dans le comité n'est pas fixé et pourrait éventuellement être égal à zéro (+ le président).

- a) Montre que le nombre de ces comités est égal à  $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ .
- b) Montre par récurrence que ce nombre vaut  $n 2^{n-1}$ .

Indication : Tu peux utiliser, après les avoir démontrées, les formules suivantes.

(a)  $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$

(b)  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$

- c) Utilise un argument de comptage pour arriver à la formule précédente.