Cours Euler: Série 33

21 mai 2025

Exercice 1

La plus grande aire. Construis un trapèze rectangle $ABCD$ dont les angles droits se trouvent en A et en B tel que $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{BC} = 12$ cm, $\overline{AD} = 8$ cm.
Place ensuite un point P sur le segment $[AB]$ se sorte que $\overline{AP} = 3{,}5$ cm et construis Q le milieu de $[PC]$. Parmi les quatre triangles ΔAPD, ΔPBC, ΔDPQ et ΔDQC, lequel a la plus grande aire ? (Indication : voir résultats de l'exercice 8, série 31).

Exercice 2

Soit une section (AB, P). Nommons d la droite AB. Suivant les cas, donne la borne inférieure et supérieure des valeurs possibles du rapport r de (AB, P) (ta réponse sera donc du type $5 < r < 8$, si r est borné inférieurement par 5 et supérieurement par 8 ; $r = -4$, si r ne prend que la valeur -4 ; $-23 \leq r$ si r est supérieur ou égal à -23, mais pas borné supérieurement, etc.).

1) $P = A$

2) $P = B$

3) P appartient au segment $[AB]$, mais est différent des extrémités. Que se passe-t-il lorsque P se rapproche de A ? Et de B ?

4) P appartient à la demi-droite Aa qui ne contient pas B. Que se passe-t-il lorsque P se rapproche de A ? Et lorsqu'il s'en éloigne ?

5) P appartient à la demi-droite Ba qui ne contient pas A. Que se passe-t-il lorsque P se rapproche de B ? Et lorsqu'il s'en éloigne ?

6) Le rapport de section r ne peut pas valoir 1. Explique pourquoi.

Exercice 3

On se donne six points alignés A, B, C, D, E et F (dans cet ordre) tels que $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2\overline{DE} = \overline{EF}$. Evalue les rapports des sections (AC, E), (BE, A), (BF, C), (FD, B), (AD, A), (AE, D) et (DA, C).

Exercice 4

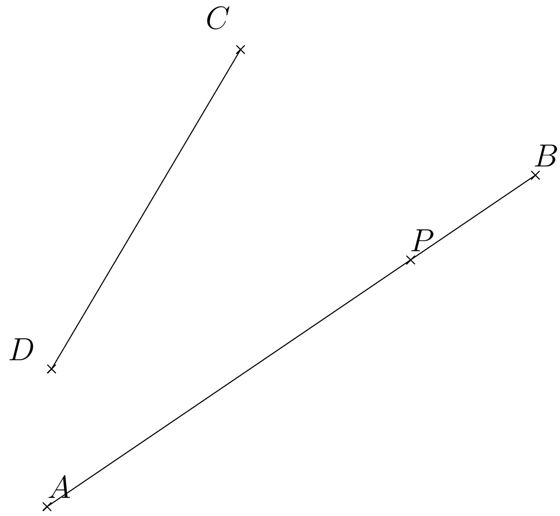
Construis une section (AB, P) dont le rapport de section vaut :

1) $r = \sqrt{5}$

2) $r = -\sqrt{2}$ Le segment de longueur $|r|$ doit être construit (ces nombres sont constructibles) !

Exercice 5

Construis sur cette feuille une section (CD, Q) dont le rapport est le même que celui de la section (AB, P) donnée. Indique la marche à suivre, proprement, sur une feuille à part !



Exercice 6

Construis sur cette feuille des points P, Q, R, S et T de telle sorte que les rapports de section (AB, P), (AB, Q), (AB, R), (AB, S) et (AB, T) soient respectivement égaux à 2, 3, $\frac{1}{4}$, $-\frac{2}{5}$, et -3. Indique la marche à suivre pour le point R.

Exercice 7

Construis sur cette feuille un point P de sorte que le rapport de la section (AB, P) soit $-\frac{6}{11}$, puis un autre point Q de sorte que le rapport de la section (AB, Q) soit $\frac{11}{6}$. Justifie ta construction.

Exercice 8

Etant donné un triangle ABC et une parallèle p à BC ne passant pas par A et coupant les droites AB et AC en B' et C', le théorème de Thalès nous dit que l'on a les rapports de proportionnalité suivants :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}}.$$

Utilise la même méthode que la preuve du Théorème de Thalès (avec le sommet A) pour montrer qu'on a de plus

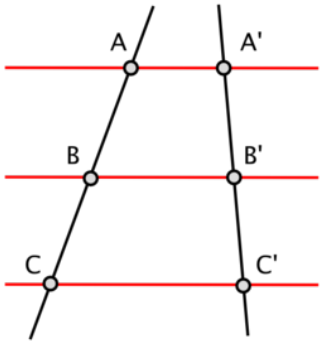
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}.$$

Exercice 9

Explique comment partager un segment donné en sept parties égales. Fais un croquis pour illustrer ta démarche.

Exercice 10

Théorème de Thalès généralisé. Montre que trois droites parallèles a, b et c déterminent deux sections semblables (AB, C) et $(A'B', C')$ sur deux transversales t et t'.



Indication. Trace le segment $[AC']$ sur la figure ci-dessus et utilise le théorème de Thalès.

Exercice 11 (Optionnel)

On tend une corde entre Marin et Yverdon à travers le Lac de Neuchâtel. Sachant qu'il y a 38 kilomètres entre les deux, calcule la profondeur maximale que la corde atteint.

Exercices de révision.

Ces exercices ne seront pas corrigés.

Exercice 12 (Optionnel)

Vrai ou Faux ? Réponds aux questions suivantes en justifiant ta réponse ! (Solution à la fin de la série)

1) La somme des angles d'un rhomboïde vaut 360°.
2) Une isométrie qui est la composition de trois symétries axiales renverse l'orientation.
3) Une isométrie qui est la composition de trois symétries axiales n'a pas de point fixe.
4) Une isométrie qui est la composition de deux symétries axiales a toujours un point fixe.
5) Dans un triangle une médiane passe toujours par l'un des sommets.
6) Deux triangles rectangles ayant leur hypoténuses isométriques sont isométriques.
7) Deux triangles rectangles ayant leurs cathètes isométriques deux à deux sont isométriques.
8) Un trapèze a toujours soit un centre de symétrie, soit un axe de symétrie.
9) Un trapèze ayant à la fois un centre de symétrie et un axe de symétrie est un rectangle.
10) Un carré est un parallélogramme.
11) Il existe des triangles équilatéraux rectangles.
12) L'orthocentre d'un triangle est le point d'intersection des trois médianes.
13) Dans un triangle un segment moyen mesure les deux-tiers du côté correspondant.

14) Tout cerf-volant est inscrit dans un cercle.

15) Pour tout cercle il existe un cerf-volant inscrit dans ce cercle.

16) Tout cerf-volant inscrit dans un cercle est un rectangle.

17) Le centre du cercle circonscrit appartient aux médiatrices du triangles.

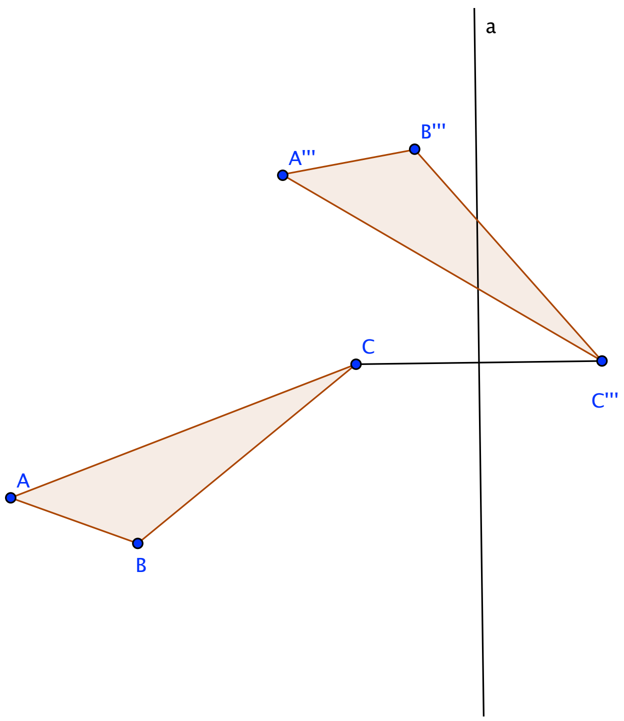
18) L'angle au centre mesure la moitié de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.

19) Un quadrilatère inscrit dans un cercle a toujours deux angles droits.

20) Le lieu géométrique des points desquels on voit un segment donné sous un angle compris entre 45° et 90° est constitué de deux lunules.

Exercice 13 (Optionnel)

Test 2014 : Isométries. Sur la figure suivante le triangle $\Delta A'''B'''C'''$ est l'image du triangle ΔABC par une isométrie du plan f.



1) Construis visiblement et proprement sur la figure des axes b (et éventuellement c) tels que f s'écrive comme composition $S_b \circ S_a$ (ou éventuellement $S_c \circ S_b \circ S_a$). Construis soigneusement les images A', B' et C' des points A, B et C par S_a, puis les points A'', B'' et C'' des points A', B' et C' par S_b. Explique ici comment tu choisis ces axes.

2) L'isométrie f préserve-t-elle l'orientation ou renverse-t-elle l'orientation ? Pourquoi ?

3) Démontre, en t'appuyant sur des résultats du cours, que f est un renversement sans point fixe.

Exercice 14 (Optionnel)

Construction. (Test 2014) Construis à la règle et au compas uniquement un angle de 60°, puis, en utilisant cet angle, un parallélogramme dont l'un des angles mesure 60°, un côté mesure 4 cm et l'autre le double.

1) Effectue la construction avec tous les traits de construction.

2) Donne la marche à suivre de ta construction.

3) Calcule la mesure de tous les angles de ce quadrilatère.

4) **Bonus** Que mesure la petite hauteur de ce parallélogramme ?