Série 33

Exercice 1. Bissectrices de 2 droites.

a) Trouve des équations cartésiennes des bissectrices des droites $3x + 4y + 6 = 0$ et $y + 6 = 0$.

b) Trouve des équations cartésiennes des bissectrices des droites $x - y + 6 = 0$ et $3x - 3y - 4 = 0$.

Exercice 2. Le cercle. Trouve le centre et le rayon des cercles donnés par les équations suivantes :

a) $x^2 + y^2 = 4$;

b) $x^2 - 2x + y^2 - 6y - 6 = 0$;

c) $36x^2 - 36x + 36y^2 + 48y - 119 = 0$;

d) $x^2 + 8x + y^2 - 4y + 25 = 0$;

e) $3x^2 + 2x + 3y^2 - 4y - 12 = 0$.

Exercice 3. Trouve les équations des tangentes au cercle d'équation $4x^2 - 12x + 4y^2 - 16y - 75 = 0$ passant par le point $P = (9/2; 6)$.

Exercice 4. Détermine si la droite et le cercle suivants se coupent, sont tangents ou extérieurs (il est suggéré de vérifier si la droite intersecte le cercle ou pas avec un calcul de distances), puis trouve les coordonnées des éventuels points d'intersection.

a) $y = 2x - 3$ et $x^2 + y^2 - 3x + 2y = 3$;

b) $x - 2y - 1 = 0$ et $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 12 = 0$;

c) $y = x + 10$ et $x^2 + y^2 = 1$.

Exercice 5. Détermine les équations des cercles tangents aux droites s et t d'équations respectives $x + y + 13 = 0$ et $y = 7x - 5$, sachant que l'un des points de tangence est $P = (1; 2)$.

Exercice 6. Calcule l'angle, en degrés(!), entre les deux tangentes au cercle $x^2 + y^2 = 10$ issues du point $(4; 2)$.

Exercice 7. Dans le plan, on considère deux points distincts A et B.
Quel est le lieu géométrique des points P tels que $\overrightarrow{AP} \bullet \overrightarrow{BP} = 0$?

Exercice 8. On considère les cercles d'équations

$$(\gamma_1) : x^2 + y^2 = 49 \qquad \text{et} \qquad (\gamma_2) : x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0.$$

a) Trouve les centres et rayons des cercles et déduis-en leur point de tangence A.

b) Trouve l'équation développée du cercle γ qui passe par l'origine et qui est tangent aux deux cercles au point A.

c) Montre que les tangentes aux trois points d'intersection de γ avec les axes de coordonnées ainsi qu'au point A forment un losange. (Il n'est pas nécessaire de calculer les équations des tangentes et la longueur des côtés : un raisonnement géométrique sera bien plus efficace !)