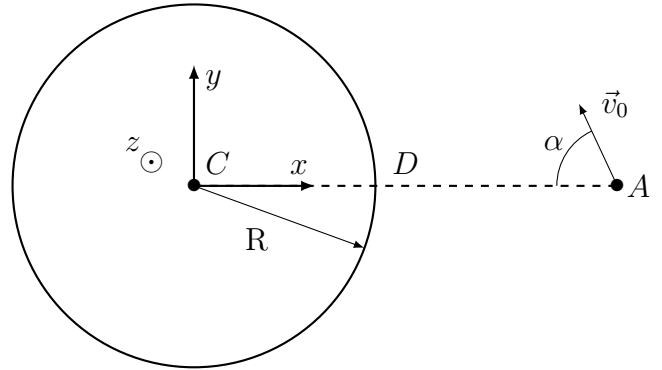


## Minitest 2

## Astéroïde (17 points)

On étudie le mouvement d'un astéroïde  $A$ , considéré comme un point matériel de masse  $m$ . Le mouvement s'effectue au voisinage de la Terre, considérée comme une sphère de rayon  $R$  et de masse  $M$ . On note  $C$  son centre, et on considère ce point comme fixe dans un référentiel d'inertie. On note  $\vec{r} = \overrightarrow{CA}$  le vecteur position de l'astéroïde. La seule force exercée sur l'astéroïde est la force de gravitation de la Terre :

$$\vec{F} = -\frac{GmM}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$



A l'instant  $t = 0$ , l'astéroïde se trouve à une distance  $D$  du centre de la terre et a une vitesse  $\vec{v}_0$ , contenue dans le plan  $xy$  et faisant un angle  $\alpha$  avec le vecteur  $\overrightarrow{AC}$ , comme indiqué sur le dessin.

- Quelles sont les quantités conservées ? Justifier votre réponse. Donner leurs expressions générales dans un système de coordonnées polaires d'origine  $C$ , ainsi que leurs valeurs en fonction des conditions initiales. [6 pts]
- On cherche maintenant à déterminer si l'astéroïde va percuter la terre en calculant la distance minimum  $r_{\min} = \min[CA]$  au cours de sa trajectoire. Illustrer comment identifier  $r_{\min}$  sur un graphique faisant intervenir l'énergie potentielle effective. Ecrire l'équation satisfaite par  $r_{\min}$  en fonction des quantités conservées et des autres paramètres du problème. [3 pts]
- Déterminer les solutions de  $r_{\min}$  en fonction des conditions initiales, en particulier selon la valeur de l'énergie mécanique. [4 pts]
- On suppose maintenant que le rapport  $R/D$  est suffisamment petit pour que l'astéroïde n'entre pas en collision avec la Terre. Quelles sont les conditions sur  $\vec{v}_0$  et  $\alpha$  pour que l'astéroïde puisse s'éloigner indéfiniment de la Terre (c'est-à-dire qu'il puisse atteindre une distance infinie de la Terre) ? [4 pts]