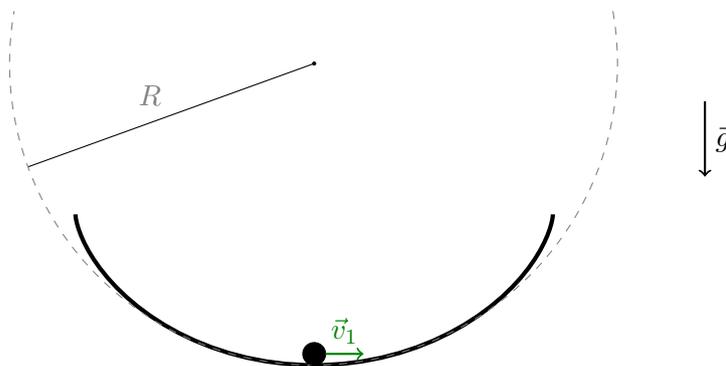


Ces exercices mettent en application, dans des cas simples, les notions et exemples vus en cours. Ils sont à faire avant les problèmes proposés en séance d'exercice.

Série Préparatoire 4 : Coordonnées cylindriques et sphériques

1. Accélération normale

Une petite bille de masse m , soumise à la pesanteur, est lâchée le long d'un rail se trouvant dans un plan vertical. Lorsqu'elle arrive au point le plus bas, elle possède une vitesse \vec{v}_1 . A cet endroit, le rail a un rayon de courbure R .



Déterminer la force de soutien exercée par le rail sur la bille au point le plus bas de la trajectoire. On supposera que les frottements sont négligeables.

2. Vinyle

Un tourne-disque tourne à vitesse angulaire constante. Est-ce qu'un point du bord a une accélération radiale et/ou tangentielle? Si la vitesse angulaire croît uniformément, est-ce qu'un point du bord a une accélération radiale et/ou tangentielle? A quelle condition les normes de ces deux composantes sont-elles égales?

3. Changement de repère et systèmes de coordonnées

- (a) Soit un vecteur \vec{v} dont les coordonnées dans un repère $Oxyz$ s'écrivent $\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$. Comment s'écrira ce vecteur dans un repère $Ox'y'z'$ où les axes z et z' sont identiques et où θ est l'angle entre x et x' ainsi qu'entre y et y' ?
- (b) Quelles sont les projections du rayon vecteur \vec{OP} sur les axes cartésiens des figures ci-dessous, en fonction des coordonnées cylindriques (ρ, ϕ, z) ou sphériques (r, θ, ϕ) .
- (c) Ecrire en coordonnées cartésiennes (x, y, z) , cylindriques (ρ, ϕ, z) et sphériques (r, θ, ϕ) l'équation d'une sphère de rayon R centrée à l'origine, l'équation d'un cylindre parallèle à l'axe z , de longueur L et de rayon R , centré à l'origine, et l'équation d'un cône de révolution de hauteur h et de rayon R à sa base, dont l'axe est parallèle à l'axe z , ouvert vers les z positifs, et dont le sommet est placé à l'origine O .

