EPFL — Cours Euler 08.01.2025
Deuxième année

Série 17

Exercice 1. Effectue une étude de signe pour les fonctions suivantes, détermine l'ensemble de définition, les asymptotes, les "trous" éventuels, puis esquisse le graphe :

a) $f(x) = \dfrac{x-1}{(2-x)(x+3)^2}$;

b) $f(x) = \dfrac{x^2-5x+6}{x^3+2x^2-x-2}$;

c) $f(x) = \dfrac{4x^2-x^3}{3x^2+6x}$.

Explique pourquoi, dans chaque cas, le tableau de la position de la courbe par rapport à l'asymptote oblique n'est pas nécessaire.

$*$ **Exercice 2.** Résous les inéquations suivantes :

a) $\dfrac{5x^2+2}{x^2-9} > \dfrac{5x-4}{x-3}$;

b) $\dfrac{4x^2+12x+2}{2x^2+3x+4} > 2$;

c) $\dfrac{x^2+10x+16}{x-1} > 10$;

d) $\dfrac{5}{x^2+5x+6} - \dfrac{2}{x^2-4} \geq \dfrac{3}{x^2-9}$.

$*$ **Exercice 3.** Détermine l'ensemble des nombres réels qui satisfont l'inégalité $(x+1)^2 - |x-2| \geq 0$.

Exercice 4.

a) Détermine le domaine de définition et les asymptotes de la fonction $f(x) = \dfrac{1+x^2}{x}$.

b) Détermine le domaine de définition de la fonction $f(x) = \dfrac{x^3+1}{x}$ et montre qu'elle a une asymptote parabolique.

c) Montre que la droite $y = 4x-3$ est asymptote oblique de la fonction $f(x) = \dfrac{4x^3-3x^2+4x-2}{x^2+1}$.

d) Trouve l'équation de la droite asymptote oblique de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2-4x+3}{x+1}$.

Exercice 5. Détermine les réels a, b, c et d pour que le graphe de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

respecte les conditions suivantes :

- les droites d'équation $x = 3$ et $y = -2$ sont des asymptotes de f ;
- le graphe de f passe par le point $P = (2; 0)$.