Série 16

Exercice 1. Une baignoire contient 165 litres d'eau. Dès qu'on enlève le bouchon il s'écoule 30 litres par minute. Donne la quantité d'eau qui reste dans la baignoire en fonction du temps t. Représente graphiquement le graphe de ta fonction et détermine en combien de temps la baignoire sera vide.

Exercice 2. Donne une représentation graphique des fonctions f, g et h suivantes. Détermine chaque fois la pente et l'ordonnée à l'origine.

a) $f(x) = -\frac{3}{4}x + 3$ **b)** $g(x) = 7x$ **c)** $h(x) = x - 2$

Exercice 3. Détermine :

a) la fonction affine dont le graphe passe par les points $(3; 1)$ et $(4; -2)$;
b) la fonction affine $f(x)$ telle que $f(1) = 4$ et $f(2) = 0$;
c) l'équation de la droite de pente $-\frac{5}{4}$ et passant par le point $(1; -1)$;
d) l'équation de la droite parallèle à la droite $y = 5x + 2$ et passant par le point $(1; 3)$;
e) l'équation de la droite perpendiculaire à la droite $y = 5x + 2$ et passant par le point $(5; 5)$.

Exercice 4. Si en Europe on mesure la température en degrés Celsius °C, aux États-Unis on utilise les degrés Fahrenheit °F. Sachant que 0°C correspond à 32°F, que 100°C correspond à 212°F et que l'échelle de conversion est affine, détermine la règle de conversion d'une température exprimée en degrés Celsius en degrés Fahrenheit et inversément.
Un superordinateur américain peut fonctionner à des températures comprises entre 41°F et 95°F. On aimerait l'utiliser en Europe. À quelles températures en degré Celsius peut-il fonctionner ?

Exercice 5. Détermine le sommet, l'ordonnée à l'origine et les zéros des fonctions quadratiques suivantes, puis effectue une étude de signe et représente le graphe :

a) $f(x) = x^2 + 6x + 9$;
b) $f(x) = -x^2 - 2x - 5$;
c) $f(x) = 4x^2 + 5x - 6$;
d) $f(x) = -3x^2 - 2x + 8$;
e) $f(x) = x^2 - 2x - 7$;
f) $f(x) = -5x^2 - x + 8$.

Exercice 6. Détermine la fonction dont le graphe est une parabole passant par les points $(2; 9)$, $(-6; -7)$ et $(1; 0)$.

Exercice 7. Donné un point $F = (0; \frac{1}{4a})$ du plan et une droite d d'équation $y = -\frac{1}{4a}$, démontre que le lieu des points P du plan à égale distance de F et de d est donné exactement par les points $P = (x; y)$ qui satisfont $y = ax^2$.

Exercice 8. Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifie tes réponses !

a) Il existe une parabole de sommet $(0; 0)$ et de foyer $(0; 1)$.
b) Le sommet de la parabole d'équation $y = x^2 - 48x$ est le point $(12; -332)$.
c) Il existe une fonction quadratique dont le graphe passe par $(-3; 5)$, $(-1; -3)$, $(0; -4)$ et $(2; 0)$.
d) Il existe une parabole de sommet $(2; 0)$ et de foyer $(0; 0)$.
e) Le graphe de la fonction f donnée par $f(x) = x^4 + 1$ est une parabole.

Exercice 9. Quelle est la valeur maximale du produit de deux nombres réels si leur somme vaut 35 ?

$*$ **Exercice 10.** Détermine les valeurs du paramètre m pour que la parabole d'équation

$$y = -x^2 + 3x + 4$$

soit tangente à la droite $y = mx + 5$, puis calcule ce point de tangence et vérifie tes résultats graphiquement.

Exercice 11. On a une longue pièce de fer-blanc de 30 cm de large avec laquelle on aimerait fabriquer une gouttière en redressant en position verticale deux bandes de largeur égale (la gouttière est de section rectangulaire $\sqcup$). Quelle doit être la largeur de ces bandes si on veut que la gouttière ait une capacité maximale ?

Exercice 12.

a) Sur une feuille quadrillée, représente la parabole $y = x^2$ pour $x \in [-3.5; 3.5]$ et $y \in [-3.5; 9.5]$.

b) Choisis 2 points distincts A et B (à coordonnées entières pour simplifier) sur cette parabole, et détermine graphiquement l'ordonnée à l'origine de AB. Recommence autant de fois qu'il te faut pour observer un éventuel lien entre les abscisse des deux points et l'ordonnée à l'origine de AB. Propose une conjecture — et démontre-là !

c) Comment la pente de AB est-elle liée à A et B ?