EPFL Lénaïc Chizat

Sections MX-SC-CGC 19 décembre 2024

Analyse I – Série 13 - bis

Quelques derniers exercices sur les intégrales généralisées...

Exercice 1. (Intégrales généralisées)

Calculer - si elles convergent - les intégrales généralisées suivantes :

a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx$ b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2-2x+1}\,dx$ c) $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx$

d) $\displaystyle\int_{0}^{1} \operatorname{Log} x\,dx$ e) $\displaystyle\int_{0}^{\infty} e^{-\sqrt{x}}\,dx$ f) $\displaystyle\int_{0}^{1} \sin(\operatorname{Log} x)\,dx$

Exercice 2. (Intégrales généralisées)

Calculer les intégrales généralisées suivantes, si elles convergent.

a) $\displaystyle I = \int_{0+}^{1} \frac{1}{x^p}\,dx\,,\ p \in \mathbb{R}$ b) $\displaystyle I = \int_{1}^{\infty} \frac{1}{x^p}\,dx\,,\ p \in \mathbb{R}$

c) $\displaystyle I = \int_{0}^{1-} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ d) $\displaystyle I = \int_{0+}^{1/2} \frac{1}{x\operatorname{Log}(x)}\,dx$

e) $\displaystyle I = \int_{e}^{\infty} \frac{\operatorname{Log}^2(x)}{x^2}\,dx$ f) $\displaystyle I = \int_{1+}^{2} \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$

g) $\displaystyle I = \int_{0}^{\infty} \sin(x)\,e^{-x}\,dx$ h) $\displaystyle I = \int_{0+}^{\infty} e^{-x}(1-x)\operatorname{Log}(x)\,dx$