

Nom: \_\_\_\_\_ Prénom: \_\_\_\_\_

Le test dure 105 minutes. Les réponses doivent être rédigées de manière claire dans le dossier. Au besoin, il est possible d'utiliser des feuilles supplémentaires. Justifiez tous vos calculs.

**Exercice 1.** (12 points)

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

- a)  $f(x) = \sqrt[4]{(2 - 3x^2)^3}$
- b)  $g(x) = \cos^3(2x + 1)$
- c)  $h(x) = \ln(x^3) \cdot \sin(2x)$
- d)  $k(x) = \frac{e^{-5x}}{x}$

**Exercice 2.** (5 points)

Montrer que la fonction  $f(x) = -5x + 3$  est continue en tout point  $a \in \mathbb{R}$  en appliquant la définition formelle de la continuité vue au cours.

**Exercice 3.** (4 points)

Énoncer le théorème des accroissements finis.

**Exercice 4.** (4 points)

Donner la définition de la fonction  $e^x$  et montrer qu'elle est égale à sa dérivée.

**Exercice 5.** (9 points)

Calcule les limites suivantes :

- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot e^{-x^2}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sinh(x)}$
- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - \cos(x^2)}{4x + 3}$

**Exercice 6.** (7 points)

- a) Donner la définition d'une fonction convexe.
- b) Soit  $f$  une fonction réelle dérivable. En utilisant la définition de la dérivée, démontrer que si  $f$  est paire, alors la dérivée  $f'$  est impaire.

**Exercice 7.** (18 points)

On considère la fonction  $f$  donnée par  $f(x) = \ln(8 - x^3)$ .

- a) Déterminer l'ensemble de définition et le signe de  $f$ .
- b) Déterminer les éventuelles asymptotes de  $f$ .
- c) Etudier la croissance de  $f$ .
- d) Etudier la courbure de  $f$ .
- e) Représenter le graphe de  $f$  dans la grille ci-dessous à l'aide de toutes les éléments identifiés précédemment.

