

Série 09 : lois de Kepler et mouvement relatif

1 Vitesse de libération

La *vitesse de libération* propre à un astre est, par définition, la vitesse minimale que doit posséder un corps au moment de quitter la surface de l'astre pour qu'il puisse rejoindre « un point infiniment éloigné » de l'astre. Pour déterminer cette vitesse, il convient d'exploiter la conservation de l'énergie.

Question : quelle est la vitesse de libération d'un objet (par exemple une sonde) dans le cas de la Terre ? La direction de la vitesse initiale de l'objet a-t-elle une importance ?

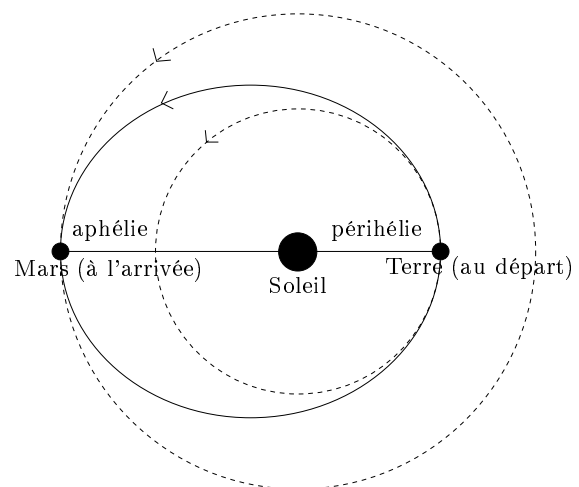
Application numérique :

$$G \cong 6.6732 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}, M_T \cong 5.9742 \cdot 10^{24} \text{ kg} \text{ et } R_T \cong 6.3710 \cdot 10^6 \text{ m.}$$

2 Voyage vers Mars

On lance un vaisseau spatial de la Terre vers Mars. On désire que le périhélie de la trajectoire de ce vaisseau corresponde à la position de la Terre au départ et son aphélie à la position de Mars à l'arrivée (voir dessin ci-contre). On considère que la Terre et Mars suivent des orbites circulaires et coplanaires avec $R_T = 1 \text{ u.a.}$ et $R_M = 1.52 \text{ u.a.}$ ($1 \text{ u.a.} = 1 \text{ unité astronomique} = \text{distance moyenne de la Terre au Soleil} = 149.6 \times 10^9 \text{ m}$). La période T_T de révolution de la Terre vaut une année. Par contre, on ne connaît pas la masse du vaisseau, des planètes ou du Soleil.

- Quelle est, en années, la période T_M de révolution de Mars ?
- Quelles sont les vitesses de la Terre et de Mars sur leurs orbites ?
- Combien de temps dure le voyage de la Terre vers Mars ?
- Quelle doit être la vitesse du vaisseau au départ pour qu'il évolue sur cette orbite elliptique ? Calculer sa vitesse relative à la Terre au départ, et de combien il faut modifier sa vitesse à l'aphélie pour qu'il arrive à se poser sur Mars ?

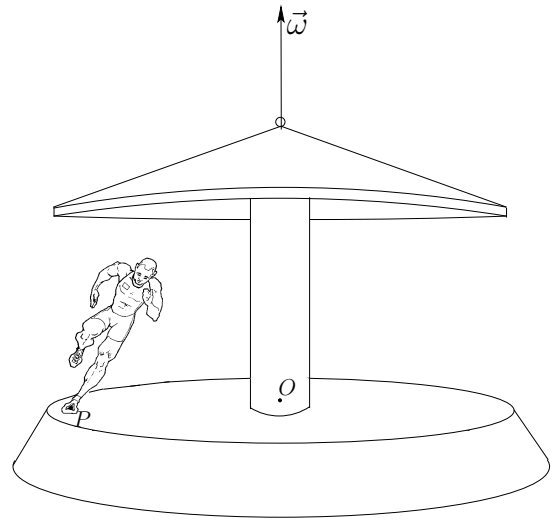


Indications : Résoudre ce problème en utilisant les lois de Kepler et les lois de conservation. Tenir compte uniquement de l'attraction gravitationnelle du Soleil, et négliger les forces entre les planètes et entre le vaisseau et les planètes.

3 Coureur sur carrousel

Un carrousel de rayon R tourne à vitesse angulaire constante $\vec{\omega}$. Un homme de masse m court sur le bord du carrousel dans le sens de rotation à une vitesse de norme constante v par rapport au carrousel.

Considérant l'homme comme un point matériel P , donner la direction, le sens et l'amplitude de la force qui lui permet de se maintenir sur cette trajectoire.



4 Le rameur

Un rameur remonte une rivière à vitesse constante. Il tire une bouteille de vin attachée par une corde à son bateau. Lorsqu'il passe sous un pont, la bouteille se détache et dérive en aval. Le rameur le réalise une heure plus tard. Il fait demi-tour et récupère sa bouteille à un kilomètre en aval du pont. Quelle est la vitesse du fleuve relativement à la rive ?

Elements de réponse :

Exercice 1 : La vitesse initiale v_0 a pour expression :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2M_{\text{astre}}G}{R}}.$$

Exercice 2 : La vitesse de départ est donnée par :

$$v_{\text{dép}} = v_T \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{R_T}{R_M}}}. \quad (1)$$

Exercice 3 : La force qui lui permet de se maintenir sur cette trajectoire est donnée par :

$$\vec{F} = m\vec{a}_{\text{abs}} = -m \frac{(v + R\omega)^2}{R} \hat{e}_\rho \quad (2)$$

Exercice 4 : La vitesse du fleuve relativement à la rive est donnée par :

$$v_f = \frac{x}{2t} = \frac{1 \text{ km}}{2 \text{ heures}} = 0.5 \text{ km/h}$$