

Leçons II.1 et II.2 (th. d'échantillonnage) – Points clés

- ▶ formule de reconstruction :

$$X_I(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} X(mT_e) \operatorname{sinc}\left(\frac{t - mT_e}{T_e}\right) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} X(mT_e) \operatorname{sinc}(f_e t - m)$$

- ▶ théorème d'échantillonnage (dit « de Nyquist-Shannon »)
- ▶ effet stroboscopique / « repliement de spectre » ($\tilde{f} = f_e - f$)
- ▶ filtrer *avant* d'échantillonner

Leçons II.1 et II.2 – Etudes de cas

Que donne le filtrage du signal

$$X(t) = 8\sin(4\pi t) - 6\cos(8\pi t) + 7\cos(2\pi t)$$

par un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure $f_c = 3$ Hz ?

Leçons II.1 et II.2 – Etudes de cas

Un signal de bande passante 6000 Hz, mais ne contenant pas d'information pertinente au dessus de 3500 Hz est échantillonné à 8000 Hz après filtrage par un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure f_c .

Pour que toute l'information pertinente reste dans le signal échantillonné :

- A] f_c doit être légèrement inférieure à 4000 Hz.
- B] f_c doit être légèrement supérieure à 4000 Hz.
- C] C'est de toutes façons impossible.
- D] f_c doit être légèrement supérieure à 16000 Hz.

Leçons II.1 et II.2 – Etudes de cas

Le signal

$$X(t) = \sum_{i=1}^{100} \sin\left(4i\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$$

est échantillonné à une fréquence $f_e = 22$ Hz.

Avant d'être échantillonné, on lui applique un filtre passe-bas idéal de telle sorte que l'on soit sûr d'éviter tout phénomène de « repliement de spectre » (ou « effet stroboscopique »).

Quel signal X_I obtient-on après reconstruction à partir du signal échantillonné ?

Leçons II.1 et II.2 – Etudes de cas

Soit X le signal défini par :

$$X(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} Y(mT_e) \operatorname{sinc}\left(\frac{t - mT_e}{T_e}\right)$$

avec :

$$Y(t) = 3\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + 2\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \sin(14\pi t)$$

et $T_e = 1/15$.

Quelle est une autre écriture correcte de X (pour tout t) ?

- A]** 0
- B]** $Y(0) \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T_e}\right)$
- C]** $3\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$
- D]** $3\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + 2\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \sin(14\pi t)$

Leçons II.1 et II.2 – Etudes de cas

Pour un signal $X(t)$ échantillonné à une fréquence f_e , puis reconstruit en un signal $X_I(t)$ (par la formule de reconstruction du cours).

Les affirmations suivantes sont elles vraie ou fausse ?

- ▶ Si f_e est trop faible, il est possible d'avoir des $n \in \mathbb{Z}$ tels que $X_I(nT_e) \neq X(nT_e)$.
- ▶ $X_I(t) = X(t)$ pour tout $t \in \mathbb{R}$ si f_e est supérieure à deux fois la plus haute fréquence présente dans le signal $X(t)$.
- ▶ La bande passante du signal $X_I(t)$ est égale à celle de $X(t)$, quelque soit f_e utilisée.
- ▶ Si $X_I(nT_e) = X(nT_e)$ pour tout $n \in \mathbb{Z}$, alors f_e est nécessairement supérieure à deux fois la plus haute fréquence présente dans le signal $X(t)$.