

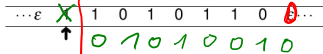
Examen 1 2018 Q7

On considère la machine de Turing dont la table de transition est :

	0	1	ϵ
1	(2, ϵ , +)	(3, ϵ , +)	(4, ϵ , -)
2	(2, 0, +)	(2, 1, +)	(4, 0, -)
3	(3, 1, +)	(3, 0, +)	(4, 0, +)

→ if

Quel est l'état de la bande lorsque la machine s'arrête (si elle a démarré dans l'état 1) avec sa tête de lecture positionnée comme suit :



$$2(-x-1)$$

$$-2 \cdot (x+1)$$

Examen 1 2018 Q8

difficulté
↑
indécidable

Sachant que « 3-SAT » est le nom d'un problème de décision célèbre pour les informaticien(ne)s, connu pour être dans NP, que peut-on en dire ?



- ▶ « 3-SAT » n'a pas de solution (algorithme de résolution) :
vrai ? faux ? ne sait pas ?
- ▶ « 3-SAT » n'est pas dans P :
vrai ? faux ? ne sait pas ?
- ▶ On connaît des algorithmes efficaces pour résoudre toute instance de « 3-SAT » :
vrai ? faux ? ne sait pas ?
- ▶ Toute « solution » (instance positive) de « 3-SAT » est facilement vérifiable :
oui ? non ? ne sait pas ?

↗ P

certificat

Examen 1 2018 Q9

Supposons que l'on sache qu'un problème de décision « X » n'est pas dans NP.
Que peut-on en dire ?



- ▶ « X » est dans P : vrai ? faux ? ne sait pas ?
- ▶ « X » est indécidable : oui ? non ? ne sait pas ? peut être
- ▶ « X » est décidable et vérifier qu'une « solution » (instance positive) du problème « X » en est effectivement une prend un temps *au plus* polynomial par rapport à la taille de cette solution :
vrai ? faux ? ne sait pas ? $X \in NP$
- ▶ Soit « X » est indécidable, soit vérifier qu'une « solution » (instance positive) du problème « X » en est effectivement une prend un temps *plus que* polynomial par rapport à la taille de cette solution :
vrai ? faux ? ne sait pas ?



Supposons que l'on connaisse un algorithme de complexité $4n \log(n) + 3n + 2$ permettant de résoudre un problème de décision « Y » portant sur des données de taille n .
Que peut-on en déduire ?

- ▶ « Y » n'est pas dans NP : vrai ? faux ? ne sait pas ?
- ▶ « Y » est dans NP, mais pas dans P : vrai ? faux ? ne sait pas ?
- ▶ « Y » est dans P : vrai ? faux ? ne sait pas ?

Leçon I.4 (Représentation de l'information) – Points clés

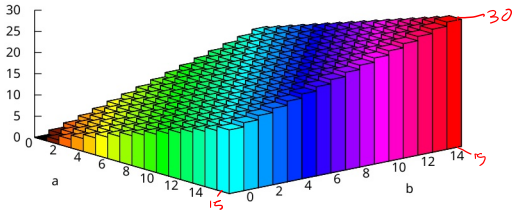
- ▶ nécessité d'une convention on en a vu **trois** :
 - ▶ entiers positifs (ou nul) : `unsigned int`
 - ▶ entiers relatifs : `int` (complément à deux)
 - ▶ décimaux, représentation à virgule flottante : `double`
- ▶ nombre de bits pour représenter K objets
- ▶ domaine couvert
- ▶ précision (relative/absolue)
- ▶ comment **utiliser** les trois conventions ci-dessus

$$\lceil \log_2 K \rceil$$

Leçon I.4 – Autre vue sur l'addition (sur 4 bits ici)

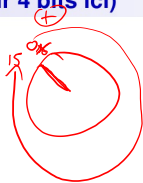
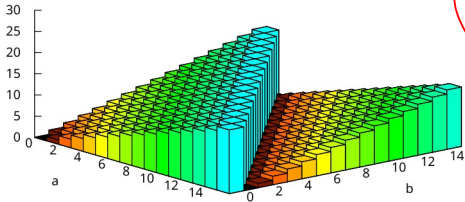
add(a,b) en théorie

$$a+b$$



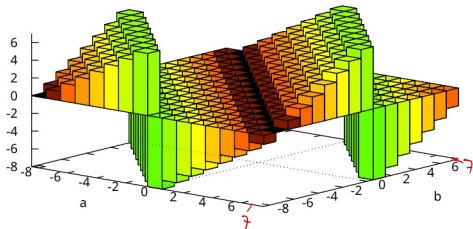
Leçon I.4 – Autre vue sur l'addition (sur 4 bits ici)

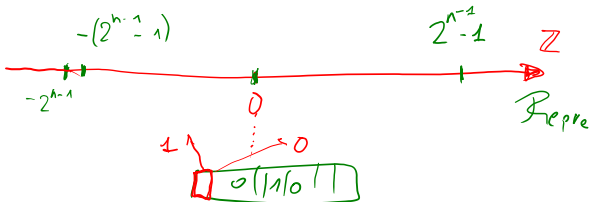
$\text{add}(a,b)$ sur 4 bits (non signé)



Leçon I.4 – Autre vue sur l'addition (sur 4 bits ici)

add(a,b) sur 4 bits (signé complément à deux)





Leçon I.4 – Etude de cas 1

Que représente 10110101 ?

► **CONVENTION ???**

faites avec les trois (dont : signe, exposant sur 3 bits et mantisse, dans cet ordre)

1 0 1 1 0 1 0 1 181

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

128 32 16 4 1

-53
-75
-54
-74

0 1 0 0 1 0 1 1

⊖ ⊙ 1 0 1 1 0 1 1

Rep(-x) = 2ⁿ - x

75

-(256 - 181)

Leçon I.4 – Etude de cas 1

Que représente 10110101 ?

► **CONVENTION ???**

faites avec les trois (dont : signe, exposant sur 3 bits et mantisse, dans cet ordre)

► entiers positifs :

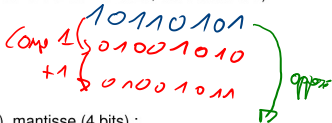
$$128 + 32 + 16 + 4 + 1 = 181$$

► entiers négatifs :

opposé de 01001011 : -75

(on peut aussi faire $256 - 181$)

► virgule flottante, signe (1 bit), exposant (3 bits), mantisse (4 bits) :



$$\begin{aligned} -x &= \overline{x} + 1 \\ -x - 1 &= \overline{x} \end{aligned}$$

~~1~~0110101

⊖

3
exp

1.0101
1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$

$2^3 \cdot 1.0101$
10.5 ← 8 2 $\frac{1}{2}$

Leçon I.4 – Etude de cas 1

Que représente 10110101 ?

▶ **CONVENTION ???**

☞ faites avec les trois (dont : signe, exposant sur 3 bits et mantisse, dans cet ordre)

▶ entiers positifs :

$$128 + 32 + 16 + 4 + 1 = 181$$

▶ entiers négatifs :

opposé de 01001011 : -75

(on peut aussi faire $256 - 181$)

▶ virgule flottante, signe (1 bit), exposant (3 bits), mantisse (4 bits) :

$$10110101 = 1 \quad 011 \quad 0101$$

$$= -2^{011} \times 1,0101$$

$$= -2^3 \times \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right)$$

$$= -(2^3 + 2^1 + 2^{-1})$$

$$= -10.5$$

Leçon 1.4? – Etude de cas 2

~~1.4~~ → 2

Donnez une version récursive de :

n L
5 ()
2 (1)
1 (01)
0 (101)

écriture en binaire

entrée : $n \in \mathbb{N}$

sortie : écriture binaire de n

$L \leftarrow ()$ // liste vide

Répéter

Si n est pair

| $L \leftarrow 0 \oplus L$ // ajouter 0 devant

Sinon

| $L \leftarrow 1 \oplus L$ // ajouter 1 devant

$n \leftarrow \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$

Tant que $n > 0$

Sortir : L

} $n \% 2$

Algo

Entrée : n

Sortie : (L)

Si $n \leq 1$
Sortir (m)

Sortir $\underbrace{\text{Algo}(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor)}_{\text{liste}} \oplus (n \% 2)$

Leçon I.2 – Etude de cas 2 – Solution

BinRec : écriture en binaire récursive

entrée : $n \in \mathbb{N}$

sortie : écriture binaire de n

$L \leftarrow ()$ // liste vide

Si $n > 1$

| $L \leftarrow \text{BinRec}(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$

Si n est pair

| $L \leftarrow L \oplus 0$ // ajouter 0 à la fin

Sinon

| $L \leftarrow L \oplus 1$ // ajouter 1 à la fin

Sortir : L

BinRec : écriture en binaire récursive

entrée : $n \in \mathbb{N}$

sortie : écriture binaire de n

$L \leftarrow ()$ // liste vide

Si $n > 1$

| $L \leftarrow \text{BinRec}(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$

Sortir : $L \oplus (n \bmod 2)$

BinRec : écriture en binaire récursive

entrée : $n \in \mathbb{N}$

sortie : écriture binaire de n

Si $n \leq 1$

| Sortir : $(n \bmod 2)$

Sortir : $\text{BinRec}(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) \oplus (n \bmod 2)$