

Information, Calcul et Communication

Compléments de cours

Examen 1 2018 Q5

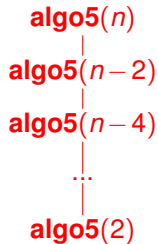
Quelle est la complexité de l'algorithme suivant :

algo5
entrée : <i>Entier positif n</i> sortie : <i>valeur</i>
Si $n \leq 2$ Sortir : 3 Sinon Sortir : $4 \log(\text{algo5}(n-2)) + 1$

👉 $\Theta(n)$

Rappel : vous avez trois moyens :

1. *Compter* les instructions :
 $C(n) = a + C(n-2) + b$
2. *dessiner* le graphe des appels :



3. « incrémenter et compter » :
 $\Delta C(n+2) = \text{cte}$

Examen 1 2018 Q15

Cette question est la suite de celle (Q13) posée la semaine passée que je reproduis donc ici :

On s'intéresse ici à raccourcir les répétitions de trois ou plus valeurs identiques successives ; par exemple à produire la liste (6,6,4,4,12,4,6) à partir de la liste (6,6,4,4,4,12,4,6) en supprimant le 4 en cinquième position car il est présent trois fois consécutives.

À noter que :

- ▶ les seules valeurs supprimées sont celles qui sont répétées successivement trois fois ou plus (l'une à la suite de l'autre) ; on ne garde alors que deux de ces valeurs (cf la valeur 4 ci-dessus) ;
- ▶ toute valeur présente une ou deux fois successivement est préservée, et l'on conserve l'ordre de la liste ;
- ▶ en sortie on ne peut donc pas avoir plus de deux valeurs identiques consécutives.

Écrivez un algorithme **récuratif** pour résoudre ce problème.

Indication : on pourra séparer le premier élément et le reste de la liste.

Examen 1 2018 Q15 (solution)

Voici une solution possible :

simplifie

entrée : L

sortie : L' , version expurgée de L

$n \leftarrow \text{taille}(L)$

Si $n \leq 2$

 | **Sortir** : L

$L' \leftarrow \text{simplifie}(L[2], \dots, L[n])$

Si $L[1] = L'[1]$ **et** $L[1] = L'[2]$

 | **Sortir** : L'

Sortir : $(L[1]) \oplus L'$

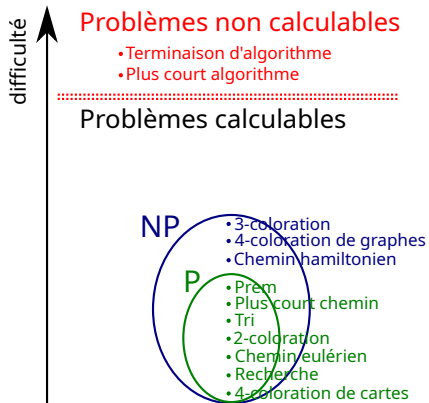
Examen 1 2018 Q16

Déterminez la complexité de votre algorithme (question précédente).
Justifiez votre réponse.

En faisant l'hypothèse raisonnable que **taille** est en $\Theta(1)$
(et sinon on la passe comme entrée à la version récursive),
la complexité de la solution précédente est en $\Theta(n)$,
 n étant la taille de la liste.

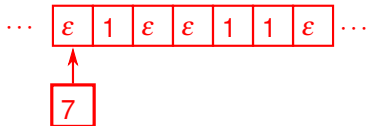
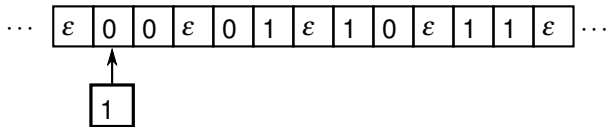
Leçon I.3 (calculabilité) – Points clés

- ▶ qu'est-ce que *une* machine de Turing et **la** machine de Turing universelle
- ▶ problème = une question (portant sur ses entrées) et (une infinités d') instances
- ▶ il y a beaucoup de problèmes non calculables
exemple : problème de l'arrêt
- ▶ P et NP
- ▶ on ne sait pas si NP est inclu dans P
- ▶ la 2- et la 4-coloration de graphes planaires sont dans P
la 3-coloration de graphes est dans NP
- ▶ et d'autres...



Leçon I.3 (calculabilité) – Machines de Turing

	0	1	ϵ
1	(3, ϵ , +)	(4, ϵ , +)	(2, ϵ , +)
2	(3, ϵ , +)	(4, ϵ , +)	(6, ϵ , -)
3	(1, ϵ , +)	(1, ϵ , +)	(1, ϵ , +)
4	(5, ϵ , -)	(3, ϵ , +)	(1, ϵ , +)
5	(5, ϵ , +)	(5, ϵ , +)	(7, 1, -)
6	(6, ϵ , +)	(6, ϵ , +)	(7, 0, -)



Cette machine cherche si 2 (10) est présent dans la liste.

Leçon I.3 (calculabilité) – P et NP

Si un algorithme résout un problème X (dont la taille de l'entrée est n) en $\Theta(n^2 \log n)$, que peut on dire ?

Si un algorithme permet de vérifier en $\Theta(n^2 \log n)$ qu'une donnée de taille n est bien une instance positive (« solution ») à un problème Y , moyennant une donnée supplémentaire (certificat) de taille en $\Theta(\log n)$, que peut on dire ?

Un tel problème est-il dans P ?

Peut-il être dans P ?

1. X est dans P
2. Y est dans NP
3. pas forcément
4. oui c'est possible

Leçon I.3 (calculabilité) – Complexité des problèmes

Un algorithme possible pour résoudre un problème Z est le suivant :

1. transformer les données de Z en un graphe
2. trouver un chemin hamiltonien dans ce graphe
3. retransformer ce chemin dans les données de Z , puis conclure

Que peut-on dire de Z ?

1. rien ➡ en effet pas grand chose au niveau du cours ICC
2. qu'il est dans P ➡ on ne sait pas, en tout cas pas avec cet algorithme car le problème du chemin hamiltonien est dans NP
3. qu'il est dans NP ➡ on ne sait pas, rien ne dit qu'on puisse en vérifier une solution (instance positive) en un temps polynomial
4. qu'il n'est pas dans P ➡ ce serait bien présomptueux (savez vous si NP est dans P ou non ?)
5. (qu'il est NP -difficile) ➡ c'est en fait la définition de NP -difficile, **HORS COURS**