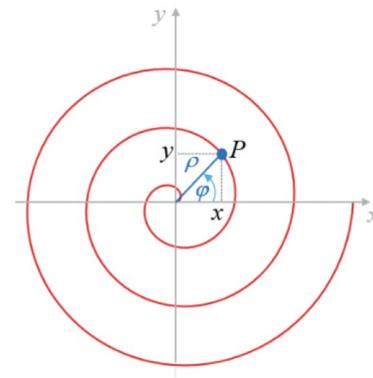


Série 04 : Coordonnées cylindriques et sphériques, Contraintes

1 Spirale

Le point P parcourt la spirale ci-contre en partant de l'origine en $t = 0$, à vitesse angulaire constante $\omega = \dot{\phi}$. Le rayon de la spirale s'accroît linéairement dans le temps.

- Exprimez le vecteur position \vec{r} du point P en coordonnées cylindriques (ou polaires).
- Exprimez ρ en fonction de ω et de t (on pourra introduire une constante λ ayant la dimension d'une longueur [m]).
- Calculez les composantes de la vitesse suivant \hat{e}_ρ et \hat{e}_ϕ en fonction de ω , t et λ .
- Faire de même pour les composantes de l'accélération. Peut-on en déduire facilement l'accélération centripète ou tangentielle ?



2 Point sur un cylindre

Un point matériel est astreint à se déplacer sur un cylindre infiniment long et de rayon R . Le point matériel est attiré vers un point fixe O sur l'axe du cylindre par une force proportionnelle à la distance du point matériel au point O . Il n'y a pas d'effet de pesanteur ni de friction.

- Enumérer les forces subies par le point matériel. Faire un dessin représentant ces forces ainsi que le repère associé au système de coordonnées choisi.
- Ecrire les équations du mouvement et les projeter sur ce repère.
- Décrire le mouvement du point matériel. Pour cela, résoudre les équations du mouvement.
- Discuter le sens de la force de liaison en fonction des conditions initiales.

3 Araignée physicienne

Une araignée est suspendue à un fil inextensible de longueur L attaché au plafond. Elle observe qu'elle tourne en rond autour de la verticale avec une vitesse de norme $|\vec{v}|$ constante. Grâce au cours qu'elle a suivi, elle peut montrer que la pulsation ω de son mouvement circulaire ne dépend que de la distance verticale h entre sa trajectoire et le plafond. Faites comme elle et calculez cette pulsation !

Si, au lieu de tourner en rond, l'araignée s'était simplement laissée balancer au bout du fil (dans un plan vertical), la période de son mouvement aurait-elle été plus grande ou plus petite ?

4 Pendule sur une porte

Un pendule formé d'un point matériel de masse m et d'un fil inextensible sans masse de longueur L est astreint à osciller dans le plan d'une porte qui tourne autour d'un axe vertical à vitesse angulaire ω constante. Le pendule est attaché à l'axe de rotation de la porte. Il n'y a pas de frottements.

- Ecrire les équations du mouvement du pendule.
- Vérifier qu'on retrouve les équations attendues dans les cas limites $\omega \rightarrow 0$ et $L \rightarrow 0$.

