Corrigé Préparatoire 09 : gravitation, changements de référentiel

1. **Trajectoire circulaire, lois de Kepler**

   Plusieurs méthodes sont envisageables pour déterminer l'altitude du satellite. On peut par exemple exploiter la deuxième loi de Newton appliquée au satellite en tenant compte du fait que le mouvement est circulaire uniforme avec une accélération purement normale à la trajectoire. On peut également prendre comme point de départ la troisième loi de Kepler, le demi-grand axe de la trajectoire elliptique s'identifiant ici au rayon R_s de la trajectoire circulaire suivie par le satellite :

   $$\frac{T^2}{R_\mathrm{s}^3} = \frac{4\pi^2}{GM_\mathrm{T}}\,.$$

   La période T est le temps nécessaire au satellite pour parcourir un tour complet. Dans le cas d'un satellite géostationnaire, cette période est égale à la durée d'un jour sidéral. Connaissant le rayon de la Terre, R_T, l'altitude h_s cherchée a donc pour expression

   $$\begin{aligned} h_\mathrm{s} &= R_\mathrm{s} - R_\mathrm{T} = \left(\frac{GM_\mathrm{T}T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R_\mathrm{T} \\ &\cong \left(\frac{6.6732\cdot 10^{-11}\cdot 5.9742\cdot 10^{24}\cdot (23\cdot 3600 + 56\cdot 60 + 4)^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} - 6.3710\cdot 10^6 \\ &\cong 3.57956\cdot 10^7\,\mathrm{m} = 35795.6\,\mathrm{km}\,. \end{aligned}$$

2. **Carrousel**

   Dans le référentiel lié au carrousel, la personne sur le tabouret est initialement au repos. Quand elle écarte les bras, ceux-ci ont temporairement une vitesse relativement au carrousel, perpendiculaire au vecteur vitesse angulaire, et subissent donc une force de Coriolis de norme $|-2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}'| = 2m\omega v'$, où $\vec{v}'$ est la vitesse relative d'un bras. Les forces de Coriolis sur chacun des bras ont des sens opposés, créant ainsi un couple de force sur les bras qui met le tabouret en rotation relativement au carrousel avec une vitesse angulaire orientée vers le bas. La personne fixe sur le carrousel voit donc son amie se mettre en rotation par rapport à elle.

   Remarque : On arrive au même résultat en considérant le système de la personne sur le tabouret vu d'un référentiel d'inertie, extérieur au carrousel. La personne sur le tabouret tournant est isolée selon la direction verticale en ce qui concerne les moments externes. En conséquence, la composante verticale du moment cinétique du système de la personne sur le tabouret est une constante. Quand la personne écarte les bras, son moment d'inertie (notion qui sera introduite en dans le chapitre sur les solides) autour de l'axe vertical augmente, et donc sa vitesse angulaire diminue par conservation du moment cinétique. Vu d'un observateur dans le référentiel d'inertie, la vitesse angulaire de la personne sur le tabouret diminue. Par conséquent, la personne fixe sur le carrousel voit son amie se mettre à tourner par rapport à elle.

3. **Mouvements relatifs**

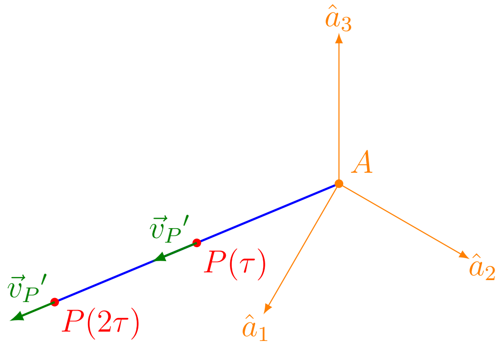
   Rappel : les accélérations $\vec{a}_P$ (relativement à $\mathcal{O}$) et $\vec{a}_P{}'$ (relativement à $\mathcal{A}$) sont liées, en absence de rotation, par

   $$\vec{a}_P = \vec{a}_A + \vec{a}_P{}'\,.$$

   P se déplaçant à vitesse constante relativement à $\mathcal{O}$, nous avons $\vec{a}_P = \vec{0}$ et donc

   $$\vec{a}_P{}' = -\vec{a}_A\,.$$

(a) P est en mouvement rectiligne uniforme par rapport à $\mathcal{A}$. En effet, A se déplaçant à vitesse constante relativement à $\mathcal{O}$, $\vec{a}_P{}' = -\vec{a}_A = \vec{0}$.



(b) P est en mouvement uniformément accéléré par rapport à $\mathcal{A}$ et sa trajectoire est donc une parabole. En effet, A se déplaçant avec une accélération $\vec{a}_A$ relativement à $\mathcal{O}$, nous avons $\vec{a}_P{}' = -\vec{a}_A$.
$\vec{a}_P{}'$ est un vecteur directeur de l'axe de la parabole.