Corrigé 6 : forces de frottement

1. **Questions conceptuelles**

   Rappel de cours : *Une force de frottement cinétique exercée par une surface sur un objet est toujours opposée à la direction du mouvement de l'objet par rapport à la surface ; sa norme vaut toujours $\mu_c|\vec{N}|$, où $\vec{N}$ est la force de liaison normale que la surface exerce sur l'objet et μ_c, le coefficient de frottement cinétique. Une force de frottement statique exercée par une surface sur un objet est toujours opposée à la direction du mouvement que l'objet aurait par rapport à la surface en l'absence de cette force. Sa norme s'adapte pour que l'objet reste immobile, mais ne peut jamais dépasser la valeur maximale de $\mu_s|\vec{N}|$, où μ_s est le coefficient de frottement statique. Si la norme de la force de frottement dépasse cette valeur maximale, alors l'objet se met à glisser (et c'est le frottement cinétique qui entre en jeu).*

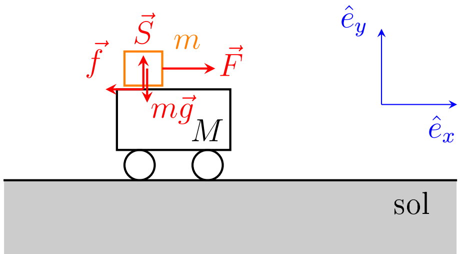
   (a) La force de frottement sec entre les semelles des chaussures et le sol nous permet de nous arrêter d'un coup. En outre, sans elle, nous ne pourrions pas marcher ou courir, puisque les semelles des chaussures glisseraient sur le sol et ne pourraient contribuer à l'accélération.

   (b) En négligeant les frottements de l'air, la seule force qui s'applique sur un bloc de masse m est son poids $m\vec{g}$. La deuxième loi de Newton donne alors $m\vec{a} = m\vec{g}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$, indépendemment de la masse du bloc.

   (c) L'équilibre du livre requiert une force verticale vers le haut qui s'oppose au poids $m\vec{g}$ du livre. Il s'agit d'une force de frottement statique, qui ne peut être exercée que par votre main ou par le mur. Comme la force exercée par votre main $\vec{F}_{\text{main}}$ est horizontale, elle ne peut pas avoir de composante verticale. Donc la force de frottement doit être exercée par le mur. Si le mur est parfaitement glissant (coefficient de frottement statique μ_{s} nul), il ne peut pas exercer de force de frottement, donc la réponse à la question est "non". Si le mur n'est pas parfaitement glissant ($\mu_{\text{s}} > 0$), la réponse à la question est "oui", pour autant que la force de frottement maximale possible, $\mu_{\text{s}} F_{\text{main}}$, soit supérieure à mg.

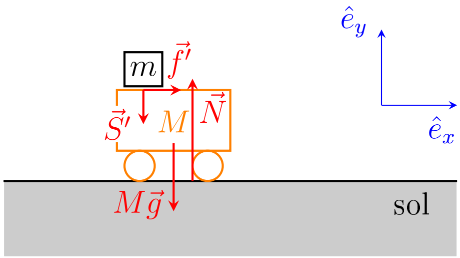
2. **Force de frottement**

   (a) On considère successivement le bloc de masse m et le chariot :



Système : bloc de masse m

Forces extérieures : poids $m\vec{g}$, soutien $\vec{S} = -m\vec{g}$ du chariot (force de liaison), frottement $\vec{f} = f_x\,\hat{e}_x$ et force $\vec{F} = F_x\,\hat{e}_x$



Système : chariot de masse M

Forces extérieures : poids $M\vec{g}$, soutien $\vec{N}$ du sol (force de liaison), force verticale $\vec{S}'$ exercée par le bloc (avec $\vec{S}' = -\vec{S} = m\vec{g}$) et frottement $\vec{f}' = f'_x\,\hat{e}_x$ (avec $\vec{f}' = -\vec{f}$)

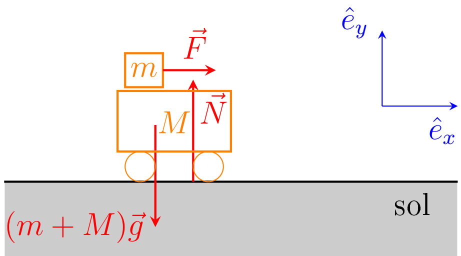
(b) Pour le chariot, la deuxième équation de Newton s'écrit

$$M\vec{g} + \vec{N} + \vec{S}' + \vec{f}' = M\vec{a}_M\,.$$

Le chariot ne se déplace pas verticalement. Horizontalement (selon $\hat{e}_x$), il vient

$$f'_x = Ma_M\,.$$

Pour déterminer l'accélération a_M, on peut considérer le système "bloc + chariot". Le bloc et le chariot étant solidaires, on a $\vec{a}_M = \vec{a}_m = \vec{a}_{M+m}$.



Système : bloc + chariot

Forces extérieures : poids $(M+m)\vec{g}$, soutien $\vec{N}$ du sol et force $\vec{F}$

L'équation de Newton,

$$\vec{F} + (m+M)\vec{g} + \vec{N} = (m+M)\vec{a}_{M+m}\,,$$

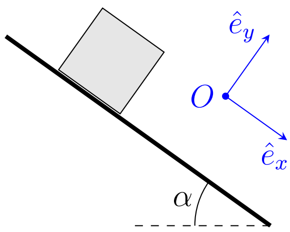
projetée selon $\hat{e}_x$, fournit

$$F_x = (m+M)a_{M+m}\,.$$

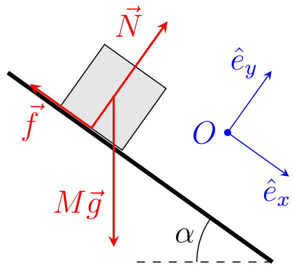
Avec $a_M = a_{M+m}$, nous avons finalement

$$f'_x = Ma_M = \frac{M}{m+M}\,F_x\,.$$

3. **Coefficients de frottement statique/cinétique**
On choisit un repère orthonormé dont l'axe x est parallèle au plan incliné (voir dessin) et on détermine les forces en les décomposant selon ce repère.



Les forces extérieures exercées sur l'objet de masse M sont le poids $M\vec{g}$, la force de soutien $\vec{N}$ (force de réaction ou de liaison) et une force de frottement $\vec{f}$ (frottement statique quand le cube est immobile et frottement cinétique quand le cube glisse) :



Lorsque le cube ne glisse pas, $|\vec{f}| \leq \mu_s|\vec{N}|$, où μ_s est le coefficient de frottement statique.
Lorsque le cube glisse, $|\vec{f}| = \mu_c|\vec{N}|$, où μ_c est le coefficient de frottement cinétique.

Juste avant de se mettre en mouvement ($\alpha = \alpha_0$), la masse M est encore immobile et son accélération est nulle. La deuxième loi de Newton s'écrit alors

$$M\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} = \vec{0}\,.$$

Pour déterminer les forces, on les décompose selon le repère $O\hat{e}_x\hat{e}_y$:

$$\begin{aligned} \text{selon } \hat{e}_x : &\quad Mg\sin\alpha_0 + 0 - f = 0\,, \\ \text{selon } \hat{e}_y : &\quad -Mg\cos\alpha_0 + N + 0 = 0\,. \end{aligned}$$

On obtient alors immédiatement l'expression de la force de soutien :

$$N = Mg\cos\alpha_0\,.$$

En tenant compte de la relation $|\vec{f}| = \mu_s|\vec{N}|$ (le frottement est maximal), il vient alors finalement

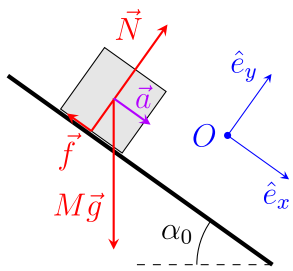
$$f = Mg\sin\alpha_0 = \mu_s Mg\cos\alpha_0 \quad \Rightarrow \quad \mu_s = \tan\alpha_0\,.$$

Après s'être mis en mouvement, le cube subit une force de frottement dont la norme est donnée par

$$|\vec{f}| = \mu_c|\vec{N}|\,,$$

et il est accéléré vers le bas selon la deuxième loi de Newton

$$M\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} = M\vec{a}\,.$$



La décomposition des forces selon le repère $O\hat{e}_x\hat{e}_y$ fournit :

$$\begin{aligned} \text{selon } \hat{e}_x : &\quad Mg\sin\alpha_0 + 0 - f = Ma_x = Ma\,, \\ \text{selon } \hat{e}_y : &\quad -Mg\cos\alpha_0 + N + 0 = 0\,. \end{aligned}$$

On obtient alors immédiatement l'expression de la force de soutien :

$$N = Mg\cos\alpha_0\,.$$

En tenant compte de la relation $|\vec{f}| = \mu_c|\vec{N}|$, la projection selon $\hat{e}_x$ devient

$$Mg\sin\alpha_0 - \mu_c Mg\cos\alpha_0 = Ma \quad\Rightarrow\quad \mu_c = \frac{g\sin\alpha_0 - a}{g\cos\alpha_0} = \tan\alpha_0 - \frac{a}{g\cos\alpha_0}\,.$$

D'autre part, comme l'accélération est constante, nous pouvons écrire, en plaçant l'origine à l'extrémité gauche de la planche,

$$x(T) = L = \frac{1}{2}aT^2 \quad\Rightarrow\quad a = \frac{2L}{T^2}\,.$$

Ainsi, le coefficient de frottement cinétique a finalement pour expression

$$\mu_c = \tan\alpha_0 - \frac{2L}{gT^2\cos\alpha_0} = \mu_s - \frac{2L}{gT^2\cos\alpha_0} < \mu_s\,.$$