

Série 03 : Cinématique

1 Accélération dans un virage

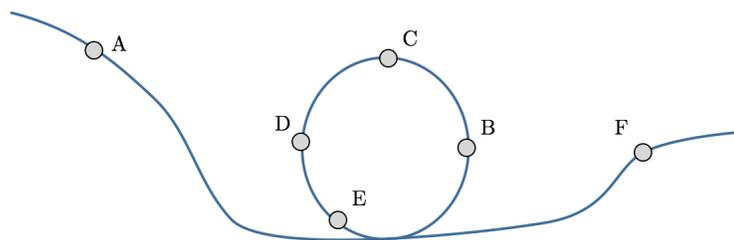
Un conducteur initialement à l'arrêt veut effectuer un quart de tour sur une route. La trajectoire de son véhicule est un arc de cercle de rayon R , et son accélération tangentielle a_t est constante. Le véhicule effectue le quart de tour en un temps T .

- Exprimer l'accélération tangentielle a_t en fonction des autres données du problème.
- Quelle est la vitesse du véhicule après un quart de tour ?
- Quelle est l'accélération normale a_n du véhicule après un quart de tour ?
- Après quel temps t_{eq} les accélérations tangentielle et normale sont-elles égales ?

2 Roller Coaster

Un wagonnet de grand huit, soumis à son poids $m\vec{g}$, se déplace sur la piste dessinée ci-dessous. La vitesse initiale est suffisante pour que la vitesse du wagonnet soit non nulle en tout point de la trajectoire. Dessiner les vecteurs accélérations normales \vec{a}_n et tangentielles \vec{a}_t aux points A, B, C, D, E et F, pour les situations suivantes :

- la piste se trouve dans un plan vertical et le wagonnet se déplace de A à F ;
- la piste se trouve dans un plan vertical et le wagonnet se déplace de F à A ;
- la piste se trouve dans un plan horizontal et le wagonnet se déplace de A à F.



3 Trajectoire elliptique

Un point matériel de masse m se déplace dans le plan défini par le repère orthonormé Oxy de façon à ce que son vecteur position soit donné par

$$\vec{r} = C_1 \cos(\omega t) \hat{e}_x + C_2 \sin(\omega t) \hat{e}_y$$

où C_1 , C_2 et ω sont des constantes positives et \hat{e}_x et \hat{e}_y sont les vecteurs unitaires des axes Ox et Oy .

- a) Montrer que le point matériel parcourt une ellipse. À quoi correspondent les constantes C_1 et C_2 ? Esquissez les vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} au long de la trajectoire. Montrer que si $C_1 \neq C_2$, les vecteurs $\vec{r}(t)$ et $\vec{v}(t)$ ne sont en général pas orthogonaux.
- b) Donnez l'expression de la force déterminant ce mouvement.
- c) Quelles sont les similitudes et différences avec la force gravitationnelle? On rappelle que cette dernière s'exprime comme

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\mathcal{G} \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{e}_{1 \rightarrow 2}$$

où $r = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$ et $\hat{e}_{1 \rightarrow 2} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)/r$.

Indication : l'équation d'une ellipse de demi-axes A et B est : $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$.

4 Virage relevé verglacé

(Exercice supplémentaire non traité pendant la séance)

Un véhicule s'engage dans un virage relevé (angle α par rapport à l'horizontal) et verglacé, de sorte qu'on peut négliger tout frottement.

- a) Quelle vitesse v_0 doit-il avoir pour se maintenir à hauteur constante et réussir la courbe? On notera R le rayon de courbure de la trajectoire (dans cet exemple R et v_0 sont constants). On pourra s'aider de vecteurs unitaires tangent $\hat{\tau}$ et normal \hat{n} à la trajectoire.
- b) Comparer au cas où la vitesse initiale est nulle (glissement sur un plan incliné). Dans quel cas la force sur les pneus est-elle la plus grande?

