

Remarque

Certains exercices consistent en des questions de type Vrai ou Faux (V/F). Pour chaque question, répondre VRAI si l'affirmation est toujours vraie ou par FAUX si elle n'est pas toujours vraie.

Partie I : Ensembles

Exercice 1.

Soient les ensembles $X = \{1, 2\}$ et $Y = \{3, 4\}$. Est-ce que le couple $(3, 2)$ est un élément du produit cartésien $X \times Y$?

Exercice 2.

Soient $A, B, C \subset \mathbb{R}$ non vides. On note leur différence et leur intersection respectivement par

$$A \setminus B := \{x \in A : x \notin B\}, \quad A \cap B = \{x \in A : x \in B\}.$$

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- a) $\mathbb{R} \setminus (A \cap B) = (\mathbb{R} \setminus A) \cap (\mathbb{R} \setminus B)$
- b) $A \times B = B \times A \iff A = B$
- c) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

Partie II : Fonctions

Exercice 3.

Soient $X = \{1, 2\}, Y = \{3, 4\}$.

- a) Trouver les graphes de toutes les fonctions de X vers Y .
- b) Déterminer celles qui sont injectives, surjectives, bijectives.
- c) Pour les fonctions bijectives, déterminer le graphe de leur réciproque.

Exercice 4.

Soient $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- a) Si $f \circ g = g \circ f$, alors $f = g$
- b) Si f, g injectives, alors $f \circ g$ injective.
- c) Si $f \circ f$ injective, alors f injective.
- d) Si $f \circ g$ injective, alors g injective.
- e) Si $f \circ g$ injective, alors f injective.
- f) Si $f \circ g$ surjective, alors f surjective.

Exercice 5.

Soient la fonction $f(x) = x^3$ définie pour $x \in \mathbb{R}$. Calculer

