

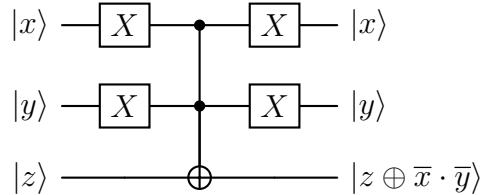
Solutions

Semaine 5

Cours Turing+

1 Circuit de réflexion pour l'algorithme de Grover

a) La porte U_f est la même que celle décrite au point c) de l'exercice 1 de la semaine dernière :



b) Pour effectuer une réflexion d'un vecteur autour d'un axe donné, on peut voir géométriquement que la bonne chose à faire est de multiplier par -1 toutes les composantes du vecteur orthogonales à l'axe en question, et de laisser inchangée la composante parallèle à ce même axe (donc ce qui est décrit dans l'énoncé).

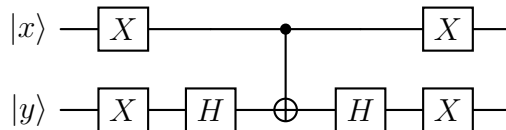
Vous pouvez vérifier ainsi que la transformation $R_0 = 2|0,0\rangle\langle 0,0| - I$ effectue bien une réflexion autour de $|0,0\rangle$, vu que

$$R_0 |x, y\rangle = 0 - |x, y\rangle = -|x, y\rangle \quad \text{pour tout vecteur de base } |x, y\rangle \neq |0, 0\rangle$$

et

$$R_0 |0, 0\rangle = 2|0, 0\rangle\langle 0, 0|0, 0\rangle - |0, 0\rangle = 2|0, 0\rangle - |0, 0\rangle = |0, 0\rangle$$

c) Le circuit décrit dans l'énoncé est en fait (à un signe global près) une réflexion autour de l'axe $|1, 1\rangle$. De là, our obtenir une réflexion autour de l'axe $|0, 0\rangle$, il faut ajouter des portes X aux entrées et sorties :



d) Au vu des indications données, le circuit de réflexion R est finalement donné par

