Ces exercices mettent en application, dans des cas simples, les notions et exemples vus en cours. Ils sont à faire avant les problèmes proposés en séance d'exercice.

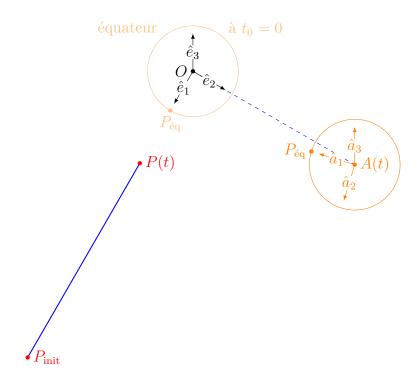
## Série Préparatoire 10 : Référentiels accélérés ; Statique

### 1. Un paquet arrive...

Un paquet de poids négligeable est envoyé sur une planète de rayon R en rotation.

On considère le mouvement du paquet dans deux référentiels :  $\mathcal{O}$  est lié aux étoiles fixes et  $\mathcal{A}$  est lié à la planète. Les repères respectifs sont  $(O\hat{e}_1\hat{e}_2\hat{e}_3)$  et  $(A\hat{a}_1\hat{a}_2\hat{a}_3)$ . Ces repères coïncident à  $t_0=0$ . La planète tourne à vitesse angulaire constante  $\vec{\omega} \parallel \hat{e}_3$ .

Le paquet passe à l'instant  $t_0 = 0$  en un point  $P_{\text{init}}$  situé à une hauteur  $H = 2\pi R$  au-dessus d'un point  $P_{\text{\'eq}}$  sur l'équateur.

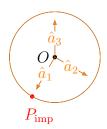


Relativement à  $\mathcal{O}$ , la position P(t) du paquet à l'instant t est donnée par  $\overrightarrow{OP} = r(t)\hat{e}_1$  et le mouvement du centre A de la planète est donné par  $\overrightarrow{OA} = s(t)\hat{e}_2$ .

On considère le cas où le paquet est en mouvement rectiligne uniforme de vitesse  $\dot{r}(t) = v_0$  et la planète ne se déplace pas (s(t) = 0).

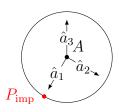
- (a) Que vaut la vitesse angulaire  $\omega_0$  de la planète si celle-ci effectue un tour sur elle-même durant la « chute » du paquet (le point d'impact  $P_{\text{imp}}$  est alors  $P_{\text{\'eq}}$ )?
- (b) Que vaut alors la vitesse  $\vec{v}_P$ , respectivement  $\vec{v}_{P}'$ , du paquet au moment de l'impact relativement à  $\mathcal{O}$ , respectivement à  $\mathcal{A}$ ?
- (c) Sur les dessins ci-dessous, esquisser la trajectoire du paquet relativement à  $\mathcal{O}$  et relativement à  $\mathcal{A}$ .
- (d) Construire le vecteur accélération  $\vec{a}_P{}'$  du paquet relativement à  $\mathcal{A}$  en représentant sur le dessin les accélérations d'entraînement  $\vec{a}_P{}^e$  et de Coriolis  $\vec{a}_P{}^c$ .

# Relativement à $\mathcal{O}$ :





# Relativement à $\mathcal{A}$ :

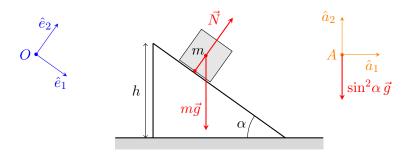


#### 2. Le théorème de l'énergie cinétique dans un référentiel accéléré

Nous allons nous intéresser au théorème de l'énergie cinétique dans deux cas particuliers de référentiels accélérés.

### (a) Cas d'un référentiel en chute (presque) libre

Un bloc de masse m est déposé au sommet d'un plan incliné d'un angle  $\alpha$ . Le plan incliné a une hauteur h et on suppose que tous les frottements à sa surface sont négligeables. Nous allons considérer le mouvement du bloc selon deux référentiels : un référentiel fixe dans lequel on choisi un repère  $(O, \hat{e}_1, \hat{e}_2)$  dont un axe est parallèle au plan incliné, et un référentiel soumis à une accélération verticale  $\sin^2 \alpha \vec{g}$  dans lequel on choisi un repère "horizontal-vertical"  $(A, \hat{a}_1, \hat{a}_2)$  comme indiqué sur la figure. Remarquons que cette accélération est identique à l'accélération verticale que subit le bloc. En effet, selon  $\hat{e}_1$ , le bloc a une accélération  $\sin \alpha g$  et sa projection selon la verticale est donc  $\sin^2 \alpha \vec{g}$ .



Le bloc et le référentiel A sont initialement au repos dans le référentiel fixe.

- i. Déterminer la vitesse du bloc à chaque instant dans chacun des référentiels, ainsi que la durée du parcours.
- ii. Calculer alors la variation d'énergie cinétique entre le haut et le bas du plan incliné dans chacun des référentiels.
- iii. Déterminer les forces agissant sur le bloc du point du vue du référentiel accéléré, ainsi que le travail de ces forces entre le haut et le bas du plan incliné. On aboutit ainsi à la conclusion que le théorème de l'énergie cinétique est bien vérifié dans le référentiel accéléré.

#### (b) Cas d'un référentiel en rotation uniforme

Nous allons réexaminer la situation de l'exercice 1.

- i. A l'aide des vitesses discutées dans l'exercice précédent, déterminer, relativement à chacun des référentiels fixe  $\mathcal{O}$  et accéléré  $\mathcal{A}$ , la variation d'énergie cinétique entre le moment où le paquet est envoyé et celui où il percute la planète.
- ii. Déterminer les forces agissant sur le paquet du point du vue du référentiel accéléré  $\mathcal{A}$ , ainsi que le travail de ces forces entre le moment où le paquet est envoyé et celui où il percute la planète.

On aboutit ainsi à la conclusion que le théorème de l'énergie cinétique est bien vérifié dans le référentiel  $\mathcal{A}$ .