Ces exercices mettent en application, dans des cas simples, les notions et exemples vus en cours. Ils sont à faire avant les problèmes proposés en séance d'exercice.

Série Préparatoire 5 : Oscillateurs harmoniques

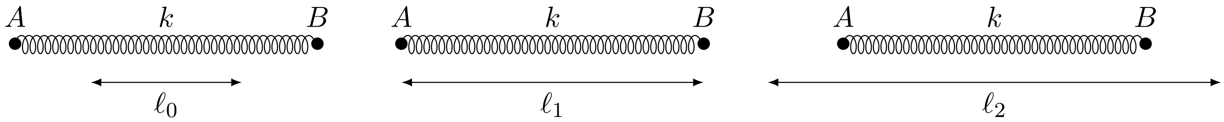
1. **Questions conceptuelles**

   (a) Dans le mouvement d'un oscillateur harmonique, identifier les situations où : 1) la vitesse est maximale, 2) l'accélération est nulle, 3) la vitesse est nulle, et 4) l'accélération est maximale.

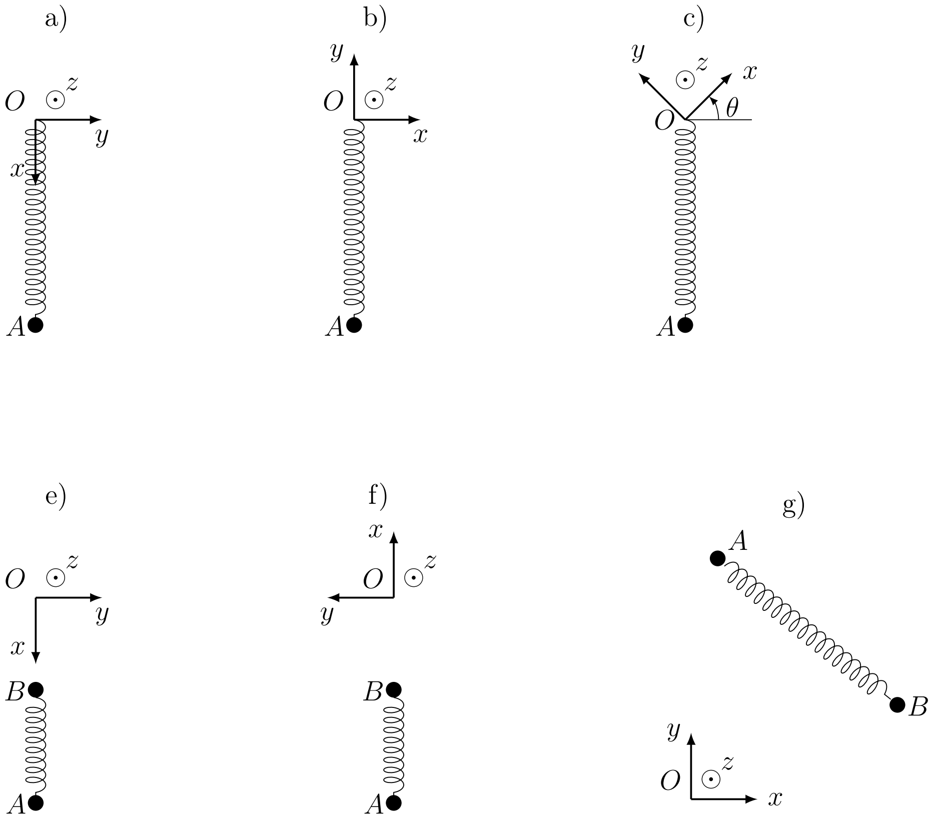
   (b) La vitesse d'un objet peut-elle augmenter quand son accélération diminue ? Si oui, donner un exemple.

2. **Ressorts**

   — Illustrer sur le dessin les forces appliquées par le ressort aux points A et B, dans les trois cas de longueurs à vide (ℓ_0, ℓ_1, ℓ_3).



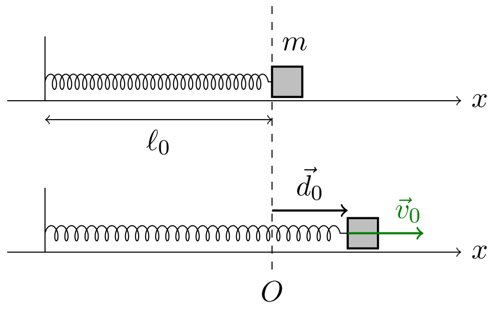
   — Exprimer les force $\vec{F}_A$ et $\vec{F}_B$ appliquées aux points A et B indiqués sur les figures ci-dessous. Chaque ressort a une constante élastique k et une longueur à vide l_0 (longueur "naturelle"). Exprimer de préférence les positions sous la forme $\vec{r}_A = x_A\hat{e}_x + y_A\hat{e}_y + z_A\hat{e}_z$, où $\hat{e}_i$ est un vecteur unitaire dans la direction de l'axe i du repère.



3. **Oscillateur harmonique horizontal**

   Sur un rail horizontal, une masse m est reliée à un mur au moyen d'un ressort de longueur naturelle ℓ_0 et de raideur k. En tirant sur la masse, on allonge le ressort d'une déformation $\vec{d_0}$. A un instant t_0, on laisse partir la masse, en lui donnant une vitesse initiale $\vec{v}_0$.

   Tous les frottements sont négligeables.



(a) Représenter toutes les forces exercées sur la masse et écrire la deuxième loi de Newton, vectoriellement.

(b) En plaçant l'origine O à une distance ℓ_0 du mur, la déformation du ressort s'écrit $\vec{d} = x\vec{e}_x$, où $\vec{e}_x$ est un vecteur unitaire selon l'axe x . Montrer que l'évolution selon $\vec{e}_x$ de la masse est donnée par $-kx = m\ddot{x}$, avec $x(t_0) = x_0$ et $v(t_0) = v_0$.

(c) Vérifier par substitution que la solution est

$$x(t) = x_0 \cos\big(\omega_0(t - t_0)\big) + \frac{v_0}{\omega_0} \sin\big(\omega_0(t - t_0)\big)$$

où $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

(d) Vérifier que la période du mouvement est $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$.

Rappel : une fonction $f(t)$ est périodique selon la définition

$$\exists\, T \neq 0,\ \text{t.q. } f(t+T) = f(t) \quad \forall\, t\,.$$

La période est le plus petit $T > 0$ vérifiant la condition de périodicité.

4. **Oscillateur harmonique vertical**

Un ressort de constante élastique k et de longueur à vide ℓ_0 est posé verticalement sur le sol. Alors qu'il n'est pas déformé, on place sur lui une masse M et on la soutient pendant que le ressort se comprime pour ne la lâcher que lorsqu'elle est immobile. Elle est alors à l'équilibre : la somme des forces qu'elle subit est nulle.

Quelle est la longueur du ressort dans la position d'équilibre ?