Cours Euler: Série 34

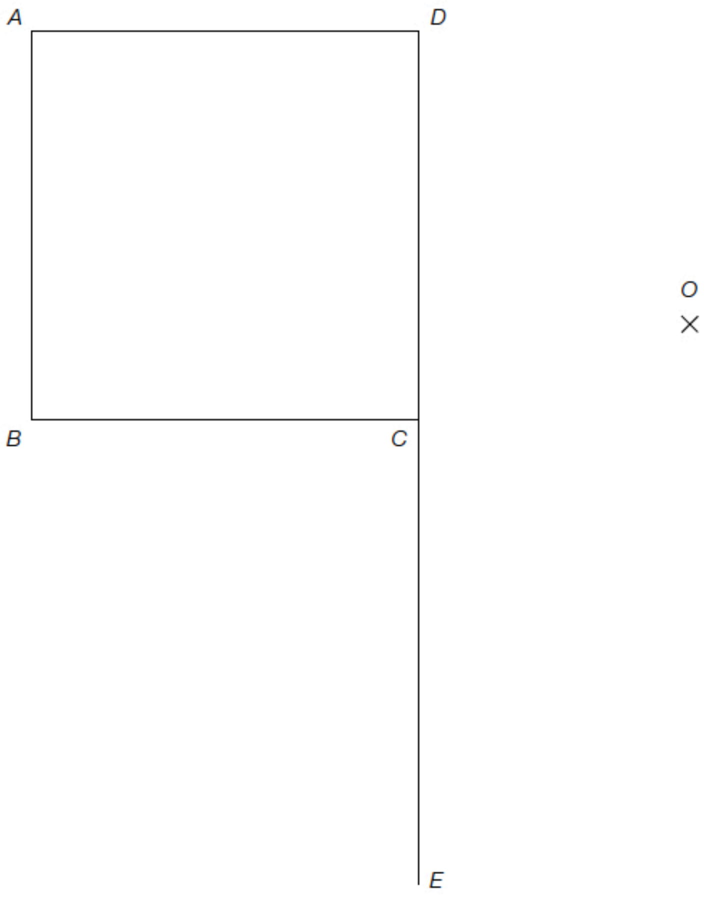
5 juin 2024

Exercice 1

L'énoncé suivant utilise la manière « vectorielle » de décrire une homothétie. Ici $\mathcal{H} = h\left(O, -\frac{1}{2}\right)$. Cette transformation géométrique $\mathcal{H}$ est définie par :

$$\mathcal{H}(P) = P' \quad \text{si et seulement si} \quad \overrightarrow{OP'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OP}.$$

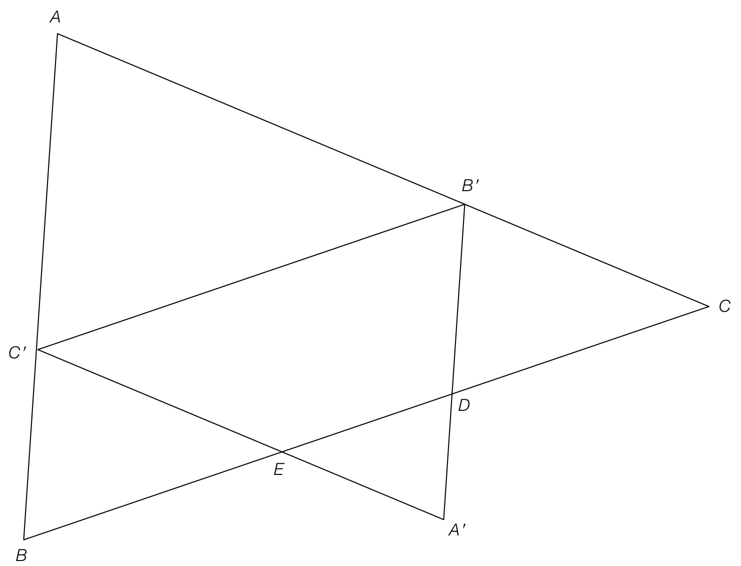
Construis l'image du drapeau $ABCDE$ par cette homothétie, puis celle du même drapeau par l'homothétie définie par $\overrightarrow{OP''} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$. Que peut-on dire des drapeaux $A'B'C'D'E'$ et $A''B''C''D''E''$?



Exercice 2

174.

Dans cette homothétie $\mathcal{H}$, où se cachent donc D' et E' ?



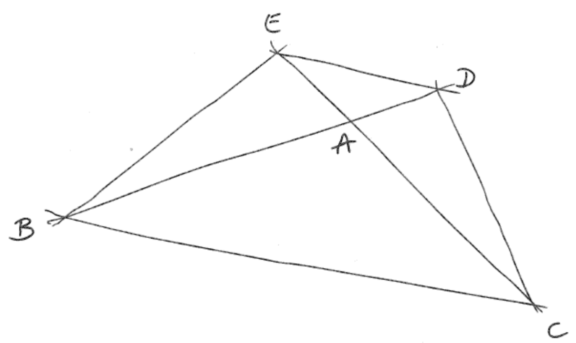
Exercice 3

258.

Dans cette figure :

- l'angle $\widehat{BAC}$ est obtus ;
- $\widehat{BEC}$ et $\widehat{CDB}$ sont deux angles droits.

Les triangles ABC et ADE sont-ils semblables ?

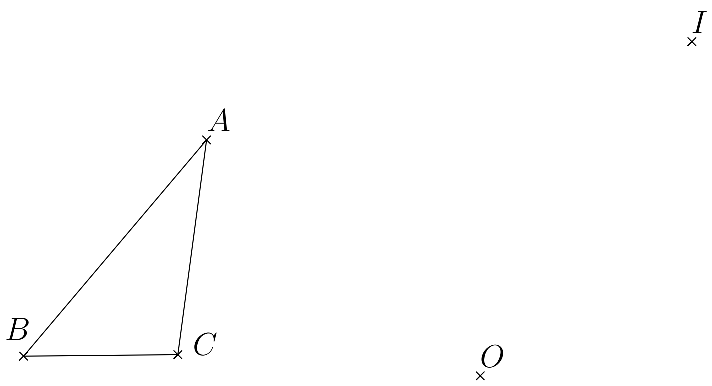


Exercice 4

Démontre le premier et le troisième cas de similitude des triangles.

Exercice 5

On se donne deux points distincts O et I dans le plan. On effectue d'abord une homothétie de centre O et de rapport 2, puis une homothétie de centre I et de rapport $\frac{1}{3}$. Sais-tu trouver un point du plan qui est fixé par cette composition de deux homothéties ? Dessine l'image du triangle ΔABC par ces transformations du plan sur cette feuille :



Exercice 6

Montre que la composée de deux transformations du plan inversibles est elle-même inversible. Conclus-en que toute similitude est inversible.

Les exercices suivants sont des exercices de révision

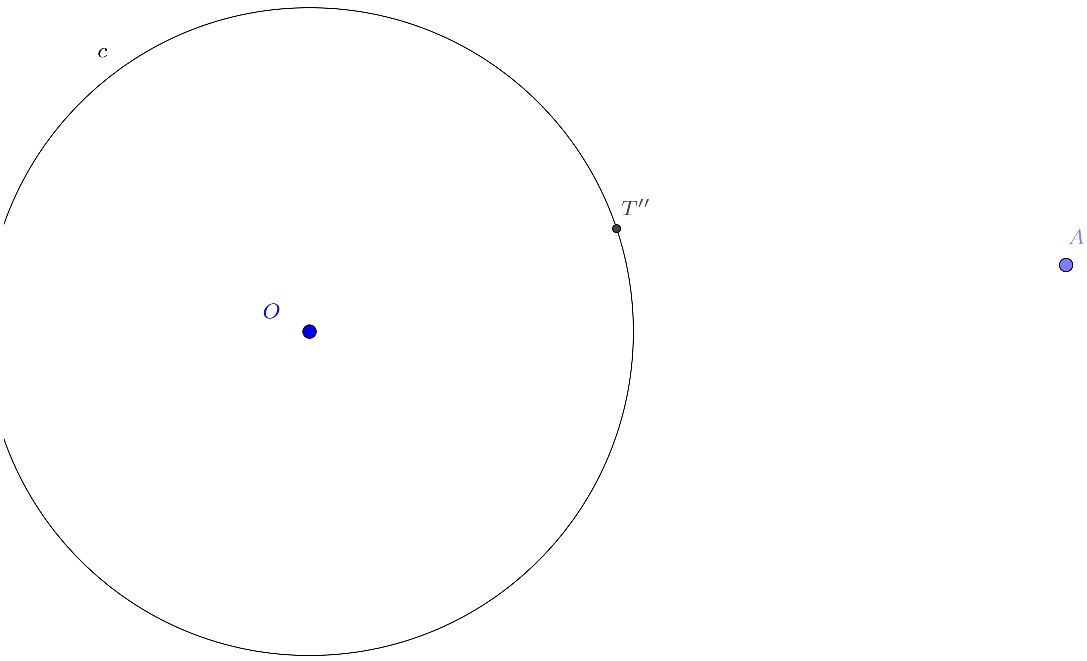
Exercice 7 (Optionnel)

Construction. On se donne un cercle c de centre O, un point A à l'extérieur du cercle et un point T'' du cercle.

(1) Construis à la règle et au compas uniquement les tangentes t et t' à c passant par A. On appellera T et T' les points de tangence. Construis aussi la tangente t'' à c passant par T''. On appellera B et C les points d'intersection de t'' avec t et t'.

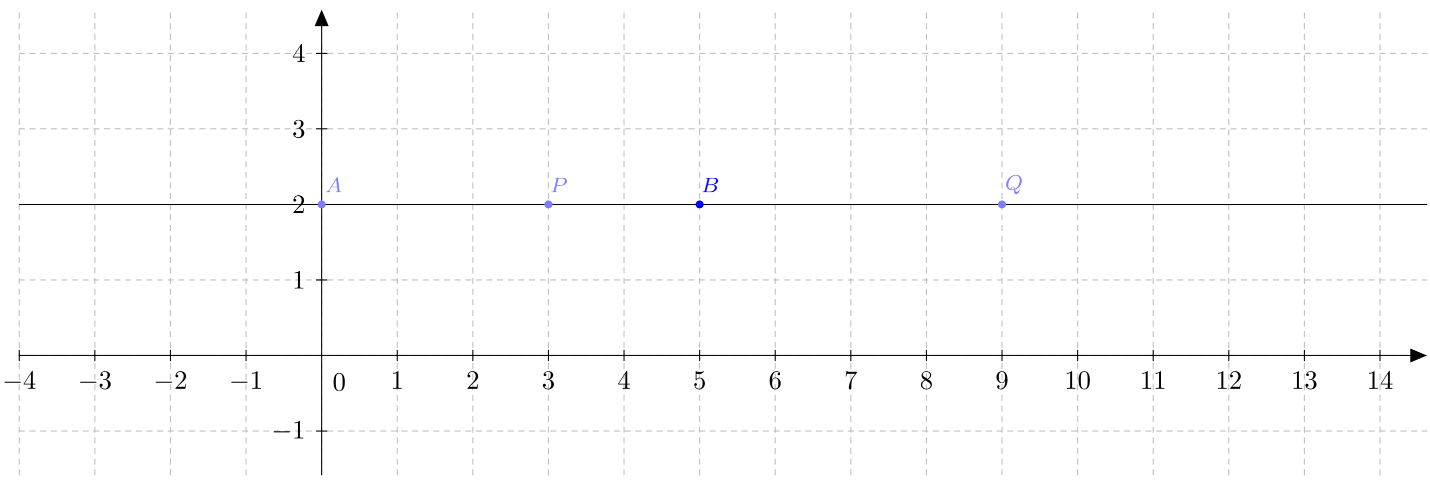
(2) Donne la marche à suivre de ta construction.

(3) Si la longueur $\overline{AT}$ vaut 12 mètres, quel sera le périmètre du triangle ΔABC ?



Exercice 8 (Optionnel)

Rapport de section. On considère les points A, B, P et Q dans le plan cartésien $\mathbb{R}^2$. L'échelle est en centimètres.

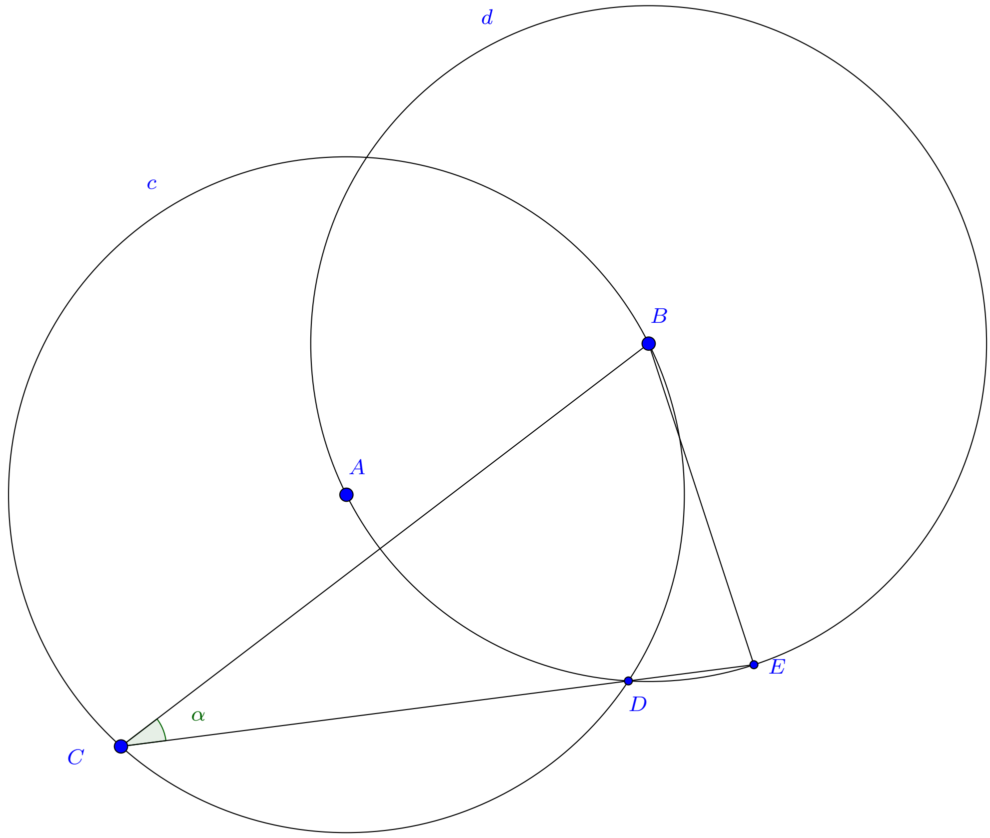


(1) Calcule les valeurs des rapports de section (AB, P) et (AB, Q).

(2) Dessine sur la droite AB ci-dessus les points R et S tels que le rapport de section $r(AB, R) = -4$ et $r(AB, S) = 0{,}1\bar{6}$.

Exercice 9 (Optionnel)

Un problème. Calcule la valeur de l'angle $\alpha = \widehat{BCE}$ sachant que A est le centre du cercle c et B le centre du cercle d. Le point C se trouve sur le cercle c et le point d'intersection D des deux cercles se trouve sur le segment $[CE]$.



Exercice 10 (Optionnel)

Un peu de théorie.

(1) Vrai ou faux ? De tous les parallélogrammes dont les côtés mesurent a et b, celui qui a la plus grande aire est le rectangle. Justifie ta réponse !

(2) Démontre le Théorème de l'angle inscrit dans la situation où le centre O du cercle se trouve sur le diamètre $[SB]$.

Exercice 11 (Optionnel)

Rectangle ?

(1) En marchant dans la salle de gymnastique Emmy remarque qu'elle fait exactement 30 petits pas pour parcourir la salle dans sa largeur et 40 pour parcourir la salle dans sa longueur. Elle se demande alors si vraiment la salle est rectangulaire et décide de mesurer une diagonale : 50 petits pas. La salle est-elle bien construite à angle droit ? Justifie ta réponse !

(2) Vrai ou faux ? Pour construire un beau triangle rectangle, c'est facile !, il suffit de choisir des cathètes de 2 cm et 3 cm, et une hypoténuse de 4 cm. Justifie ta réponse !