

# Exercices

## Semaine 4

Cours Turing+

### 1 Circuit de Deutsch-Josza

a) Construisez la porte  $U_f$  correspondant à la fonction  $f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$  donnée par

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = y = 1 \text{ ou } x = y = 0 \\ 0 & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

*Indication* : Il peut être utile de remarquer que  $f(x, y) = x \cdot y \oplus \bar{x} \cdot \bar{y}$ .

b) Implémentez le circuit de Deutsch-Josza vu au cours pour cette fonction  $f$ . Avec quelles probabilités observez-vous les différents états des deux premiers qubits en sortie du circuit ?

c) Refaites les parties a) et b) pour la fonction  $f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$  telle que  $f(x, y) = 1$  si et seulement si  $x = y = 0$ . Qu'observez-vous dans ce cas-là ?

d) Si on utilise le circuit de Deutsch-Josza sur une fonction  $f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$  sans faire d'hypothèse sur celle-ci au préalable, et que la mesure des deux premiers qubits en sortie donne  $(0, 0)$ , que peut-on en déduire sur la fonction  $f$  ?

### 2 Algorithme de Bernstein-Vazirani

Soient  $a, b \in \{0, 1\}$  fixés. On considère la fonction  $f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$  donnée par

$$f(x, y) = a \cdot x \oplus b \cdot y$$

Classiquement, il y a besoin d'évaluer deux fois la fonction  $f$  (aux points  $(x, y) = (1, 0)$  et  $(x, y) = (0, 1)$ , par exemple) pour trouver les valeurs de  $a$  et  $b$ .

Construisez et implémentez un circuit quantique qui permette de trouver les valeurs de  $a$  et  $b$  avec une seule utilisation de la porte oracle  $U_f$ .

*Indication* : Ce circuit ne sera pas sans rappeler un autre circuit...