

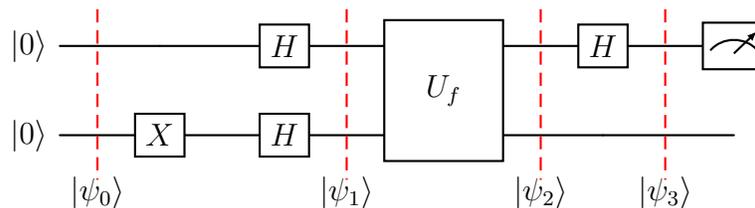
Exercices

Semaine 3

Cours Turing+

1 Circuit de Deutsch

Implémentez le circuit de Deutsch décrit dans le cours et reproduit ci-dessous :



Note : Utilisez le résultat de l'exercice 3 de la semaine dernière pour construire la porte U_f .

Vérifiez expérimentalement que pour chaque fonction f possible, la sortie du circuit est bien celle décrite par la théorie (modulo l'effet du bruit).

D'autre part, répondez aux questions suivantes (pour chaque question, réfléchissez d'abord à la question théorique, puis vérifiez votre réponse expérimentalement) :

- A la sortie du circuit, l'état du second qubit n'est pas mesuré, car celui-ci ne sert à rien pour répondre à la question sur la fonction f . Mais quel est l'état de ce second qubit ?
- Aussi, l'état de sortie global du circuit (avant la mesure) est-il un état produit ou un état intriqué ?
- Si on supprime la porte de Hadamard (H) en haut à droite du circuit, que devient l'état du premier qubit à la sortie ?
- Si maintenant on supprime la porte NOT (X) en bas à gauche du circuit, que devient l'état du premier qubit à la sortie ?

2 Portes de Hadamard bruitées

Il y a plusieurs choix pour modéliser le bruit dans une porte quantique. Pour la porte de Hadamard, un des choix est le suivant ;

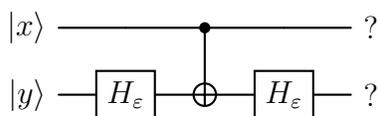
$$H_\varepsilon |0\rangle = \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{2}} |0\rangle + \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{2}} |1\rangle \quad \text{et} \quad H_\varepsilon |1\rangle = \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{2}} |0\rangle - \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{2}} |1\rangle$$

où ε désigne un nombre proche de 0 (en tout cas plus petit que 1).

a) Vérifiez que H_ε est une transformation (symétrique et) unitaire.

b) Calculez la sortie du circuit suivant :

(qui est une version bruitée du circuit vu à l'exercice 2.a) de la semaine 2)



pour $x, y \in \{0, 1\}$.

Pour tester expérimentalement si votre résultat est juste, vous pouvez vous aider du notebook fourni sur Moodle (pour créer la porte H_ε pour différentes valeurs de ε).