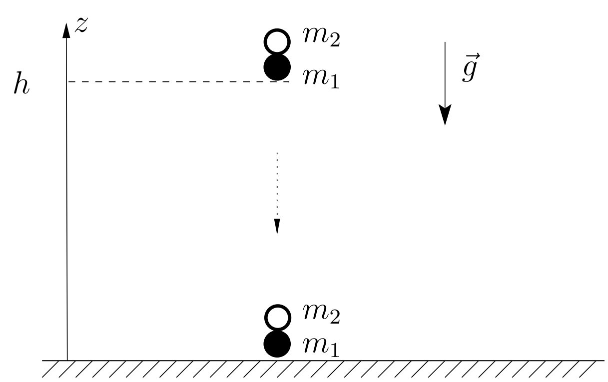
# Série 11 : Problème à deux corps, cinématique du solide

## Question conceptuelle

On lâche un balle qui rebondit de manière parfaitement élastique sur le sol. Sa quantité de mouvement est-elle conservée ? Qu'en est-il de son énergie cinétique au moment du choc ?

### 1 Rebond de deux balles



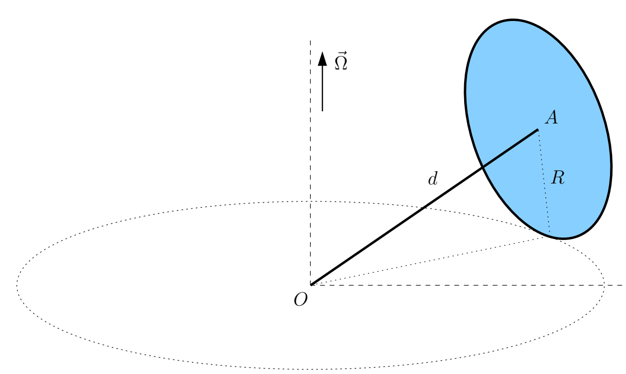

On lâche, sans vitesse initiale, deux balles de masses $m_1$ et $m_2$, l'une au-dessus de l'autre depuis une hauteur $h$. On fait l'hypothèse que, pendant leur chute, les balles restent en contact jusqu'à ce qu'elles rebondissent sur le sol. La situation peut-être décrite comme un choc élastique entre la balle $m_1$ et le sol, suivi immédiatement d'un choc entre les deux balles. Le rayon des balles est négligeable par rapport à $h$. Il n'y a pas de frottement de l'air.
Répondre aux questions ci-dessous dans les cas : (1) où le choc entre les deux balles est élastique, et (2) où le choc entre les deux balles est mou.

a) Calculer la vitesse de chaque balle juste après le rebond.

b) Quelle doit être la relation entre $m_1$ et $m_2$ pour que les deux balles repartent vers le haut ? Pour que $m_1$ reste immobile sur le sol ?

c) A quelle hauteur rebondit chacune des deux balles dans le cas où $m_1 \gg m_2$ ?

### 2 Roue sur axe incliné



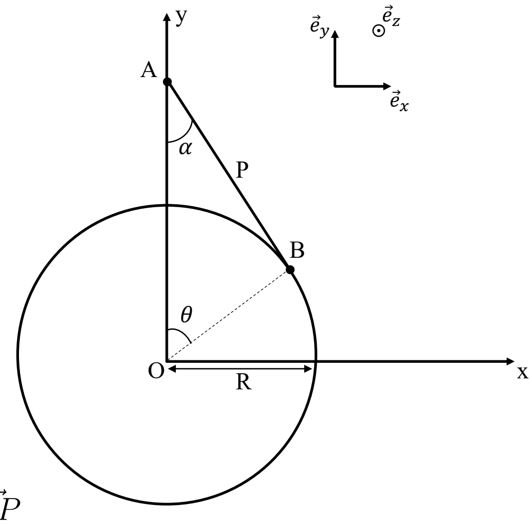

Une roue de rayon $R$ est attachée en son centre $A$ à une extrémité d'un axe rigide de longueur $d$, perpendiculaire au plan de la roue. L'autre extrémité de l'axe est fixée en un point $O$ du sol, supposé horizontal (voir dessin). La roue roule sans glissement sur le sol, entraînée par l'axe, qui à un mouvement de rotation caractérisé par un vecteur vitesse angulaire $\vec{\Omega}(t)$ dirigé verticalement vers le haut.

a) En utilisant la formule qui lie les vitesses vectorielles des points d'un solide indéformable, déterminer la vitesse angulaire $\vec{\omega}(t)$ de rotation propre de la roue autour de son axe.

b) Calculer la vitesse angulaire de roulement et la vitesse angulaire de pivotement de la roue, c'est-à-dire les composantes horizontale et verticale de sa vitesse angulaire totale.

## 3 Piston et bielle

Une barre de longueur $L$ est attachée par une de ses extrémités à une roue de rayon $R$ tournant avec une vitesse angulaire $\dot{\theta}$. L'autre extrémité de la barre peut glisser sur un axe passant par le centre $O$ de la roue.




a) Déterminer la vitesse $\vec{v}_P$ d'un point $P$ quelconque sur la barre en fonction des angles $\alpha$, $\theta$ et de la distance $h$ entre le point $P$ et le point d'attache $A$.

b) En déduire que la vitesse $\vec{v}_P$ est reliée à la vitesse angulaire $\vec{\omega} = \dot{\alpha}\vec{e}_z$ par

$$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \vec{AP}$$

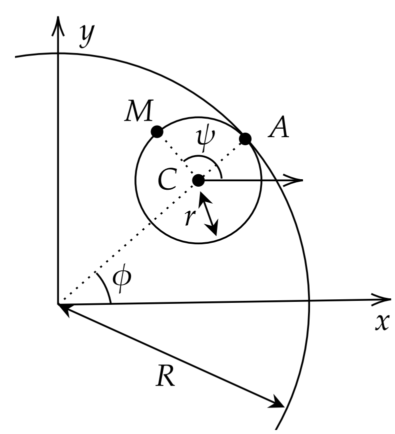
c) Déterminer une relation entre $R, L, \theta$ et $\alpha$. En déduire que la vitesse $\vec{v}_P$ peut s'écrire comme

$$\vec{v}_P = \vec{\omega} \wedge \vec{IP}$$

et trouver les coordonnées cartésiennes du point $I$. A quoi correspond ce point ?

## 4 Disque sur cercle

Un disque de rayon $r$ roule sans glisser à l'intérieur d'un cercle de rayon $R$.




a) Déterminer la vitesse du centre $C$ du disque en fonction de son angle de rotation $\phi$.

b) Déterminer la vitesse d'un point $M$ quelconque du disque en fonction de la vitesse en son centre $C$ et de l'angle $\psi$ de sa rotation propre.

c) En déduire que la condition de roulement sans glissement peut s'écrire

$$(R - r)\dot{\phi} + r\dot{\psi} = 0$$

## Complément du cours

Démontrer la relation vectorielle utilisée dans le cours

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$$