

# Exercices de physique générale I – Sections CGC, EL et MX

22 novembre 2023

version 1

## Série 10 : Equilibre d'un solide, Problème à deux corps, centre de masse

### Questions conceptuelles

a) Equilibre d'un ascenseur.

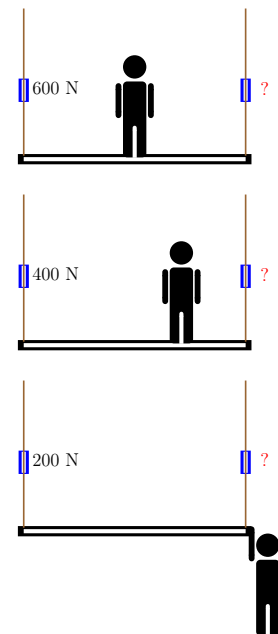
Quand Firmin, le peintre, est au milieu de sa nacelle, le dynamomètre de gauche indique 600 N, qu'indique alors celui de droite ?

S'il ne se tient pas au milieu de la nacelle et que le dynamomètre de gauche indique 400 N, qu'indique alors celui de droite ?

Comme le câble est bloqué, Firmin décide de descendre de sa nacelle par la droite. Juste avant que Firmin ne lâche le câble de droite, le dynamomètre de gauche indique 200 N, qu'indique alors celui de droite ?

Et maintenant, déterminer le poids de Firmin et le poids de la nacelle.

Indication : pour distinguer le poids de Firmin du poids de la nacelle, on pourra utiliser le théorème du moment cinétique.



- b) Lorsque Armand Duplantis a battu le record du monde de saut à la perche en salle, en passant la barre placée à 6.18 m, est-ce que son centre de masse a dépassé obligatoirement cette hauteur ? Quelle est la trajectoire du centre de masse ?
- c) Vous souhaitez mesurer la direction du champ de pesanteur effectif à la surface de la Terre. Utilisez vous une bille ou un fil à plomb ?

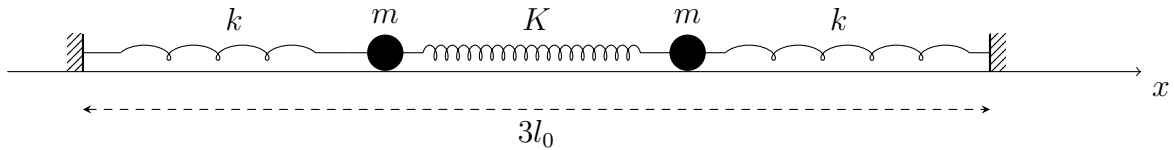
### 1 L'échelle

Une échelle de masse  $m$  et de longueur  $L$  est appuyée contre un mur vertical. L'angle entre le mur et l'échelle vaut  $\alpha$  et le coefficient de frottement entre le pied de l'échelle et le sol vaut  $\mu$ . Il n'y a pas de frottement entre l'échelle et le mur.

Quelle est la valeur maximale  $\alpha_{\max}$  que peut prendre l'angle  $\alpha$  avant que le pied de l'échelle ne se mette à glisser sur le sol et que l'échelle ne tombe par terre ?

### 2 Oscillateur couplé

Deux points matériels de même masse  $m$  se déplacent en ligne droite, sans frottements, sur un rail horizontal (voir dessin). Ils sont attachés entre eux par un ressort de raideur  $K$ . De plus, chacun des points matériels est attaché à un point fixe par un autre ressort, de raideur  $k$ . Les trois ressorts sont de longueurs à vide  $l_0$ , et les points fixes sont séparés d'une distance  $3l_0$ .

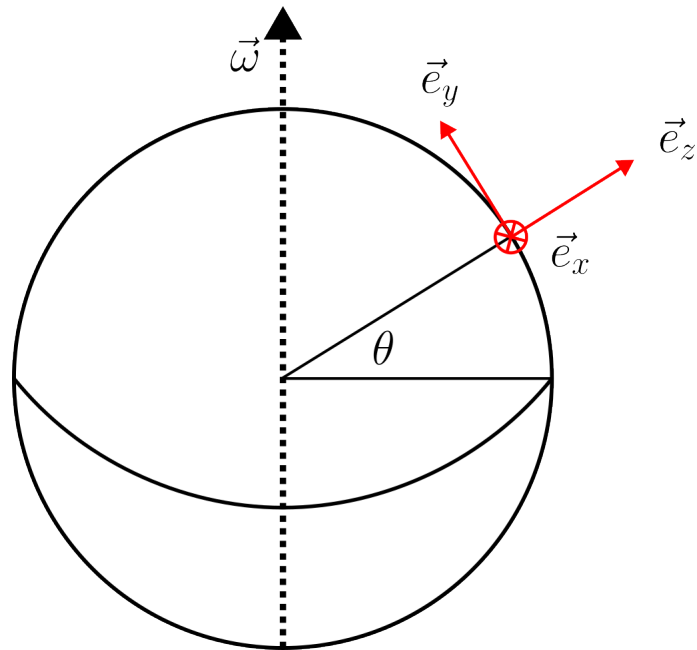


- Ecrire les équations du mouvement de chacun des points matériels.
- En déduire les équations du mouvement du centre de masse et de la coordonnée relative du système des deux points matériels.
- Calculer les solutions des équations du mouvement, et trouver la solution pour chacun des points matériels.
- Décrire le mouvement des deux masses pour les deux cas particuliers suivants : 1) la coordonnée relative est constante ; 2) le centre de masse est au repos.

### 3 Déviation vers l'est

Dans cet exercice, on considère l'effet de la force de Coriolis sur la chute d'un objet sur Terre. Cet effet fut mis en évidence de manière expérimentale en 1833 par Ferdinand Reich (1799–1882), qui mesura la déviation sur une chute d'une hauteur de 158 m.

On lâche sans vitesse initiale un objet de masse  $m$  depuis la surface de la Terre, dans un puit de profondeur  $H$ . On négligera les frottements, ainsi que les variations de l'accélération de la pesanteur avec l'altitude. On prendra par contre en compte la rotation de la terre à la vitesse angulaire  $\omega$ . On notera  $\theta$  la latitude du puit.



- Quelles sont les forces qui s'exercent sur l'objet si l'on se place dans le référentiel associé à la surface de la Terre. Les représenter.
- Comparer l'amplitude de la force centrifuge et de la force de gravité. Dans le reste de l'exercice, on négligera la plus petite de ces deux forces.
- Dans un premier temps, on ne considère que la partie de la force de Coriolis engendrée par la vitesse verticale de l'objet. Ecrire les équations du mouvement.
- Montrer que sous ses hypothèses, la déviation vers l'est après une chute de longueur  $h$  est donnée par

$$x = \frac{1}{3} \omega g \left( \frac{2h}{g} \right)^{\frac{3}{2}} \cos \theta.$$

- e) Application numérique : calculer la déviation vers l'est mesurée par Ferdinand Reich. La mine se trouvait en Saxe (latitude  $50^{\circ} 53'$ ). Calculer la vitesse maximale de la masse. Commenter sur l'approximation faite en c).

### Compléments de cours, hors programme

- f) Maintenant, nous ne négligeons plus le changement de direction de la vitesse du mobile. Par contre, au vu des résultats, nous continuons de négliger dans le calcul des forces le changement de latitude. Par simplicité (ce n'est plus vraiment rigoureux), nous continuons aussi de négliger la force centrifuge. Etablir les équations du mouvement du mobile.

- g) En dérivant l'équation du mouvement sur l'axe est-ouest, montrer que la vitesse de l'objet est donnée par

$$\dot{x}(t) = \frac{g \cos \theta}{2\omega} (1 - \cos 2\omega t)$$

En déduire  $x(t)$ .

- h) En utilisant le résultat précédent, en déduire  $y(t)$  et  $z(t)$ .
- i) On donne  $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$  et  $\sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$  pour  $|x| \ll 1$ . Vérifier que l'on retrouve les formules de la question d). L'objet est-il dévié vers le sud ou vers le nord ? De combien ? Ferdinand Reich avait trouvé une déviation de  $0.4\text{cm}$ . Est-ce compatible ?

Données : rayon de la Terre :  $6370\text{km}$ , accélération gravitationnelle  $g = 9.81\text{ms}^{-2}$ .