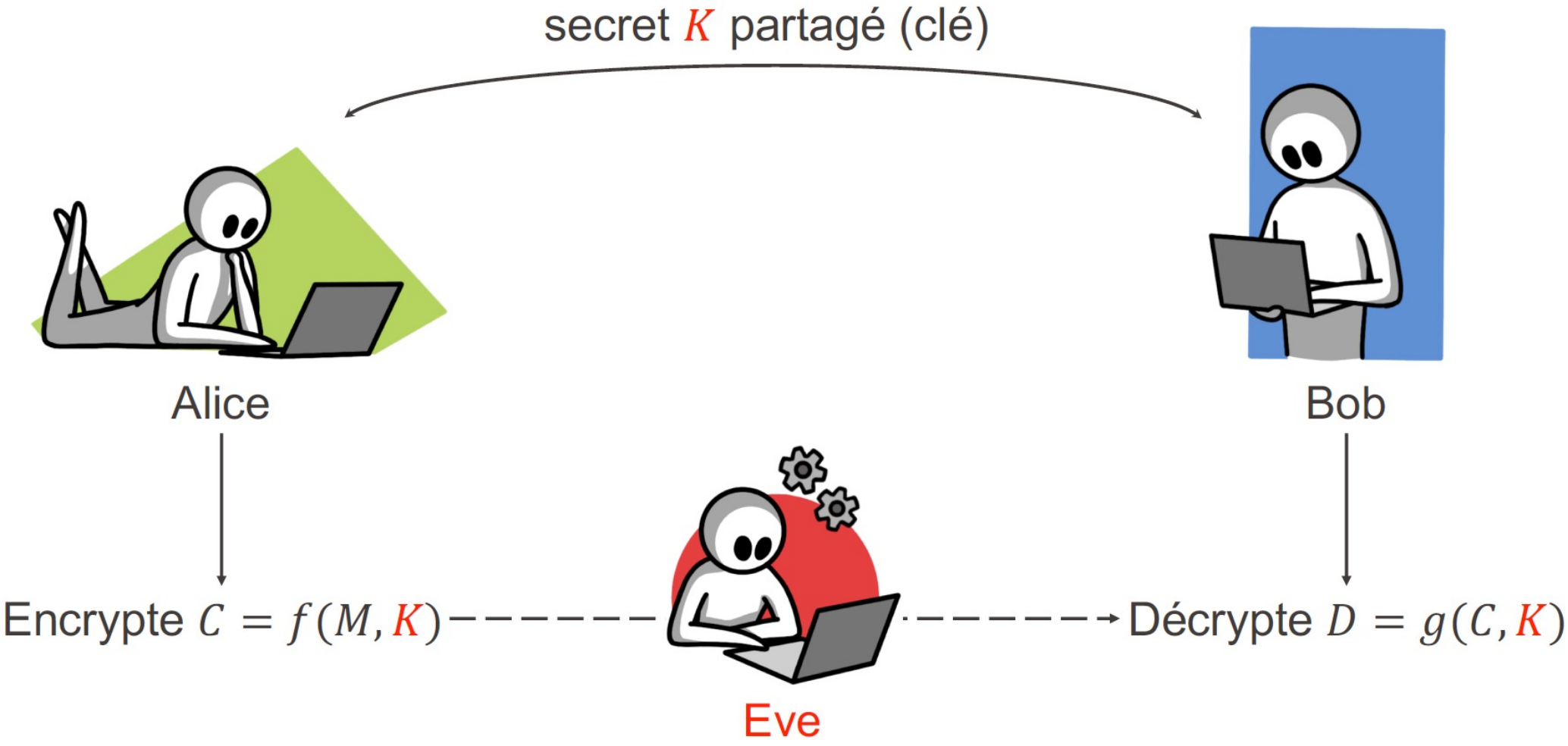
Cryptographie à clé secrète: suite

Cours Turing – Semaine 8

Rappel du scénario



Eve intercepte C mais ne sait pas trop quoi en faire sans la clé K…

Préliminaire: représentation binaire

$1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

$1984 = 1024 + 512 + 256 + 128 + 64$

$= 1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6$

$+ 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$

$= 11111000000$

Préliminaire: code ASCII (étendu)

8 bits
= 1 octet

texte long de n lettres

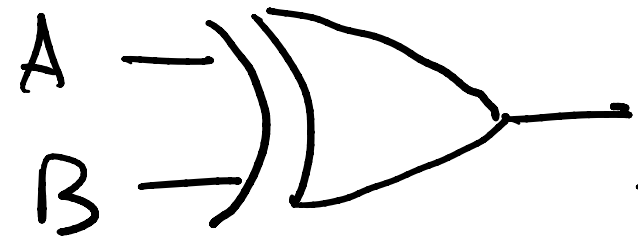
⇒ 8·n bits

ASCII control characters		
00	NULL	(Null character)
01	SOH	(Start of Header)
02	STX	(Start of Text)
03	ETX	(End of Text)
04	EOT	(End of Trans.)
05	ENQ	(Enquiry)
06	ACK	(Acknowledgement)
07	BEL	(Bell)
08	BS	(Backspace)
09	HT	(Horizontal Tab)
10	LF	(Line feed)
11	VT	(Vertical Tab)
12	FF	(Form feed)
13	CR	(Carriage return)
14	SO	(Shift Out)
15	SI	(Shift In)
16	DLE	(Data link escape)
17	DC1	(Device control 1)
18	DC2	(Device control 2)
19	DC3	(Device control 3)
20	DC4	(Device control 4)
21	NAK	(Negative acknowl.)
22	SYN	(Synchronous idle)
23	ETB	(End of trans. block)
24	CAN	(Cancel)
25	EM	(End of medium)
26	SUB	(Substitute)
27	ESC	(Escape)
28	FS	(File separator)
29	GS	(Group separator)
30	RS	(Record separator)
31	US	(Unit separator)
127	DEL	(Delete)

ASCII printable characters					
32	space	64	@	96	`
33	!	65	A	97	a
34	"	66	B	98	b
35	#	67	C	99	c
36	$	68	D	100	d
37	%	69	E	101	e
38	&	70	F	102	f
39	'	71	G	103	g
40	(	72	H	104	h
41	)	73	I	105	i
42	*	74	J	106	j
43	+	75	K	107	k
44	,	76	L	108	l
45	-	77	M	109	m
46	.	78	N	110	n
47	/	79	O	111	o
48	0	80	P	112	p
49	1	81	Q	113	q
50	2	82	R	114	r
51	3	83	S	115	s
52	4	84	T	116	t
53	5	85	U	117	u
54	6	86	V	118	v
55	7	87	W	119	w
56	8	88	X	120	x
57	9	89	Y	121	y
58	:	90	Z	122	z
59	;	91	[	123	{
60	<	92	\	124	|
61	=	93	]	125	}
62	>	94	^	126	~
63	?	95	_		

Extended ASCII characters							
128	Ç	160	á	192	└	224	Ó
129	ü	161	í	193	┴	225	ß
130	é	162	ó	194	┬	226	Ô
131	â	163	ú	195	├	227	Ò
132	ä	164	ñ	196	─	228	õ
133	à	165	Ñ	197	┼	229	Õ
134	å	166	ª	198	ã	230	µ
135	ç	167	º	199	Ã	231	þ
136	ê	168	¿	200	╚	232	Þ
137	ë	169	®	201	╔	233	Ú
138	è	170	¬	202	╩	234	Û
139	ï	171	½	203	╦	235	Ù
140	î	172	¼	204	╠	236	ý
141	ì	173	¡	205	═	237	Ý
142	Ä	174	«	206	╬	238	¯
143	Å	175	»	207	¤	239	´
144	É	176	░	208	ð	240	≡
145	æ	177	▒	209	Ð	241	±
146	Æ	178	▓	210	Ê	242	‗
147	ô	179	│	211	Ë	243	¾
148	ö	180	┤	212	È	244	¶
149	ò	181	Á	213	ı	245	§
150	û	182	Â	214	Í	246	÷
151	ù	183	À	215	Î	247	¸
152	ÿ	184	©	216	Ï	248	°
153	Ö	185	╣	217	┘	249	¨
154	Ü	186	║	218	┌	250	·
155	ø	187	╗	219	█	251	¹
156	£	188	╝	220	▄	252	³
157	Ø	189	¢	221	¦	253	²
158	×	190	¥	222	Ì	254	■
159	ƒ	191	┐	223	▀	255	nbsp

Préliminaire: opération XOR (ou exclusif)



$A \oplus B = 1$ si et seulement si

$A=1$ et $B=0$

ou

$A=0$ et $B=1$

$(G = \{0,1\}, \oplus)$

- $A \oplus B = B \oplus A$
- $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$
- $0 \oplus A = A \oplus 0 = A$

2 suites de bits : 0110110

$\oplus$ 1011010

1101100

$$\begin{cases} 0 \oplus 1 = 1 \oplus 0 = 1 \\ 0 \oplus 0 = 1 \oplus 1 = 0 \end{cases}$$

$= \hat{m}$ chose que la soustraction (modulo 2)

Clé à usage unique (chiffre de Vernam, 1917)

Alice : $M = (0011010111011)$ n bits

Secret partagé : (entre Alice et Bob)

$K = (1011101111101)$

Alice calcule $C = M \oplus K = (1000111100110)$

et envoie C à Bob.

Lorsque Bob reçoit C, il calcule :

$$D = C \oplus k = (100011100110) \oplus (101110111101)$$

$$= (001101011011) = M$$

Clé à usage unique: sécurité

Eve intercepte C.
Que peut-elle en faire ?

- K et M doivent être indépendants !
- K doit être choisie au hasard, et

  plus précisément : • tous les bits de K doivent être choisis indépendamment les uns des autres.

  • $\text{prob}(K_i = 1) = \text{prob}(K_i = 0) = \frac{1}{2} \quad \forall i$

$\Longrightarrow$ Eve interprète C comme une séquence aléatoire

Clé à usage unique: quiz!

Question 1:

Pourquoi une attaque par force brute ne permettrait-elle pas de casser le système de clé à usage unique (en supposant qu'Eve dispose de la puissance de calcul nécessaire pour essayer toutes les clés possibles) ?

Clé à usage unique: quiz!

Question 2: (reliée à la précédente)

Vu que la clé K est tirée au hasard, il y a une probabilité (petite, certes, mais non-nulle) que tous les bits de K valent exactement 0. Dans ce cas, le message chiffré C est égal au message d'origine M : est-ce grave ?

Une clé non-réutilisable (comme son nom l'indique…)

- Alice utilise k pour chiffrer deux messages M_1 et M_2. Elle envoie à Bob :

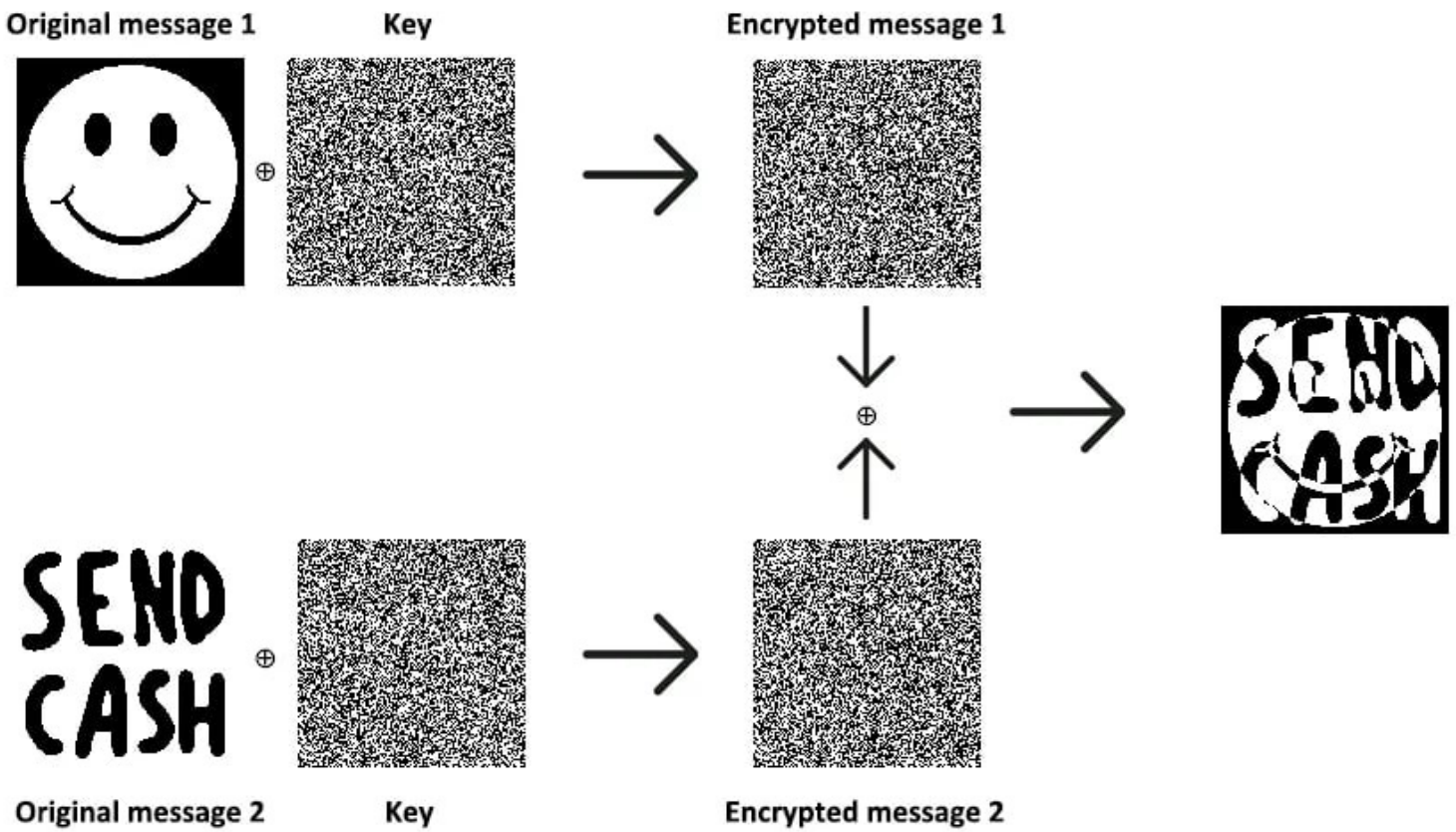
$$C_1 = M_1 \oplus k \quad \text{et} \quad C_2 = M_2 \oplus k$$

- Bob calcule $C_1 \oplus k = M_1$ et $C_2 \oplus k = M_2$

⚠ Eve calcule $C_1 \oplus C_2 = (M_1 \oplus k) \oplus (M_2 \oplus k) = 0$

$$= (M_1 \oplus M_2) \oplus (k \oplus k) = M_1 \oplus M_2$$

Une clé non-réutilisable: illustration



Première tentative pour réutiliser la clé K

Alice et Bob se mettent d'accord sur

une fonction $f : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \longrightarrow \{0,1\}^n$

publique, non-linéaire $(K, M) \longrightarrow f(K, M)$

Alice calcule $C_1 = M_1 \oplus f(K, M_1)$

$C_2 = M_2 \oplus f(K, M_2)$

mais Bob est embêté...

Deuxième tentative pour réutiliser la clé K

$M = (\underbrace{M_a}_{n \text{ bits}}, \underbrace{M_b}_{n \text{ bits}})$ de longueur $2n$

$K = (\underbrace{K_a}_{n \text{ bits}}, \underbrace{K_b}_{n \text{ bits}})$ de longueur $2n$

Alice calcule : $C_a = M_a \oplus f(K_a, M_b)$

successivement $C_b = M_b \oplus f(K_b, C_a)$

Elle envoie $C = (C_a, C_b)$ à Bob.

Deuxième tentative pour réutiliser la clé K

Bob calcule $D_b = C_b \oplus f(K_b, C_a)$

puis $D_a = C_a \oplus f(K_a, D_b)$

Affirmation : $D = M$

$C_a = M_a \oplus f(K_a, M_b)$

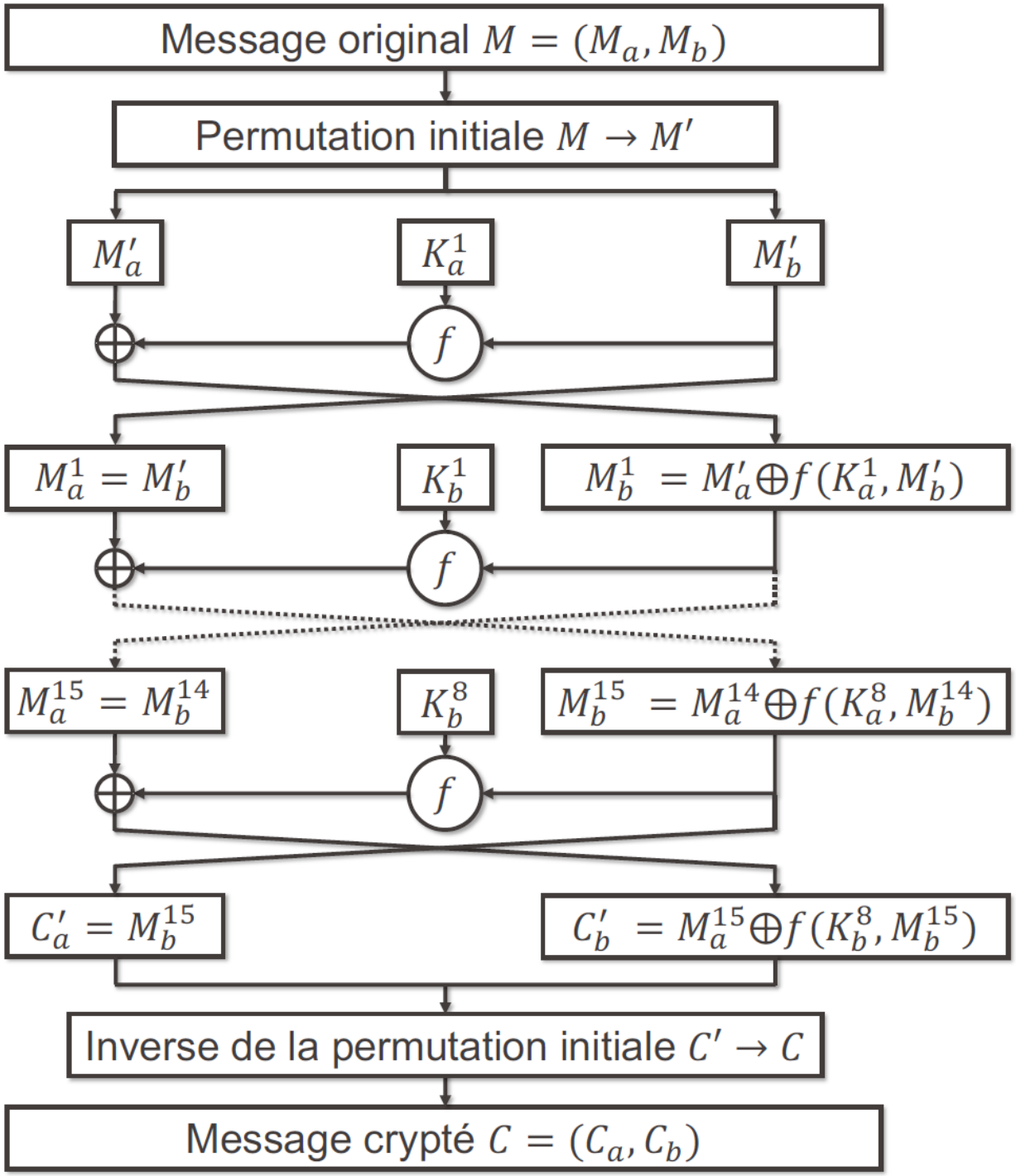
$C_b = M_b \oplus f(K_b, C_a)$

$D_b = (M_b \oplus \underbrace{f(K_b, C_a) \oplus f(K_b, C_a)}_{=0}) = M_b$

$\Vert$

$D_a = (M_a \oplus \underbrace{f(K_a, M_b) \oplus f(K_a, D_b)}_{=0}) = M_a$

Data Encryption Standard (DES, 1977)



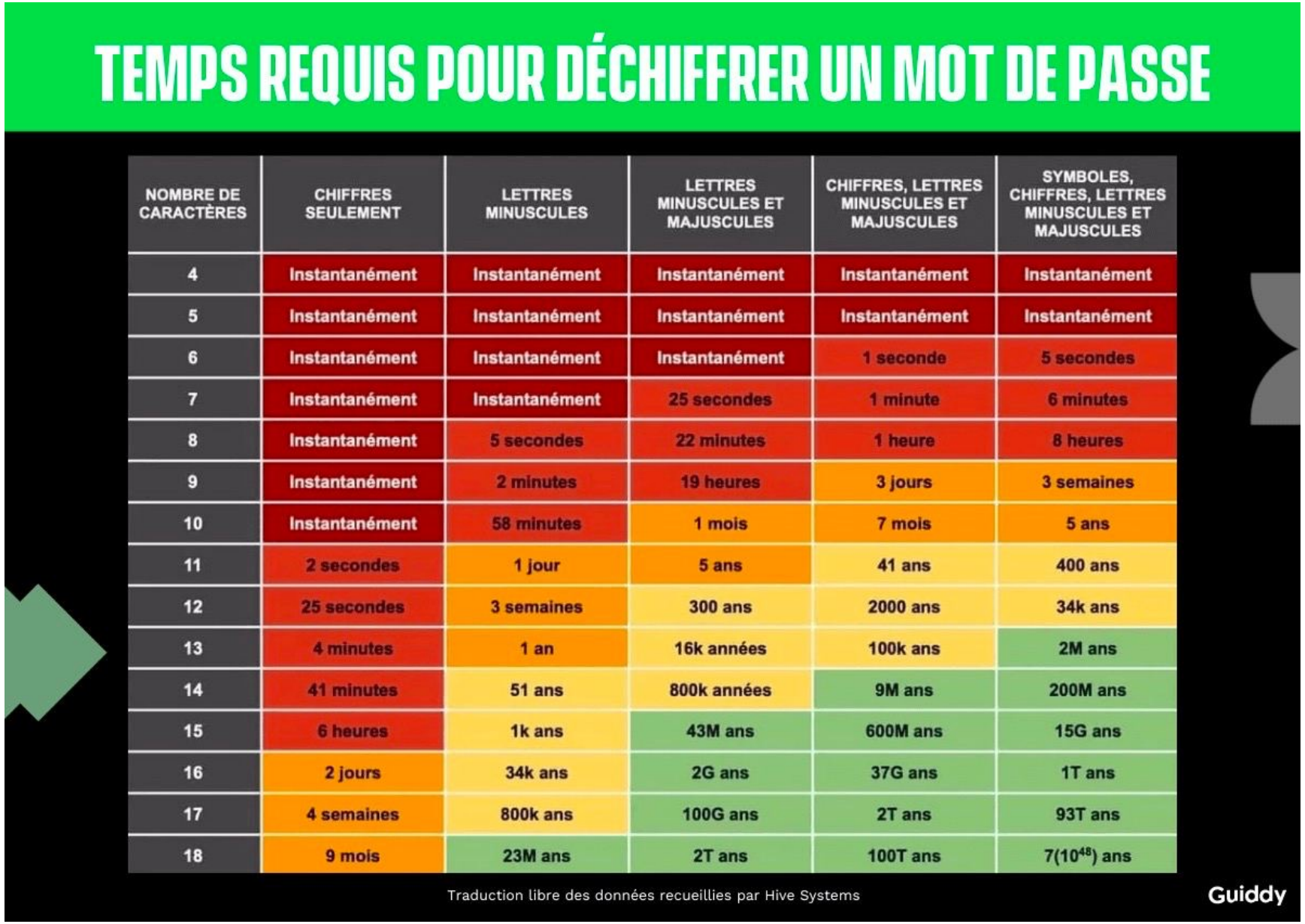
Sécurité de la clé (attaque par force brute)

alphabet de m symboles

clé de longueur n

} m^n opérations

Sécurité de la clé



NOMBRE DE CARACTÈRES	CHIFFRES SEULEMENT	LETTRES MINUSCULES	LETTRES MINUSCULES ET MAJUSCULES	CHIFFRES, LETTRES MINUSCULES ET MAJUSCULES	SYMBOLES, CHIFFRES, LETTRES MINUSCULES ET MAJUSCULES
4	Instantanément	Instantanément	Instantanément	Instantanément	Instantanément
5	Instantanément	Instantanément	Instantanément	Instantanément	Instantanément
6	Instantanément	Instantanément	Instantanément	1 seconde	5 secondes
7	Instantanément	Instantanément	25 secondes	1 minute	6 minutes
8	Instantanément	5 secondes	22 minutes	1 heure	8 heures
9	Instantanément	2 minutes	19 heures	3 jours	3 semaines
10	Instantanément	58 minutes	1 mois	7 mois	5 ans
11	2 secondes	1 jour	5 ans	41 ans	400 ans
12	25 secondes	3 semaines	300 ans	2000 ans	34k ans
13	4 minutes	1 an	16k années	100k ans	2M ans
14	41 minutes	51 ans	800k années	9M ans	200M ans
15	6 heures	1k ans	43M ans	600M ans	15G ans
16	2 jours	34k ans	2G ans	37G ans	1T ans
17	4 semaines	800k ans	100G ans	2T ans	93T ans
18	9 mois	23M ans	2T ans	100T ans	$7(10^{48})$ ans