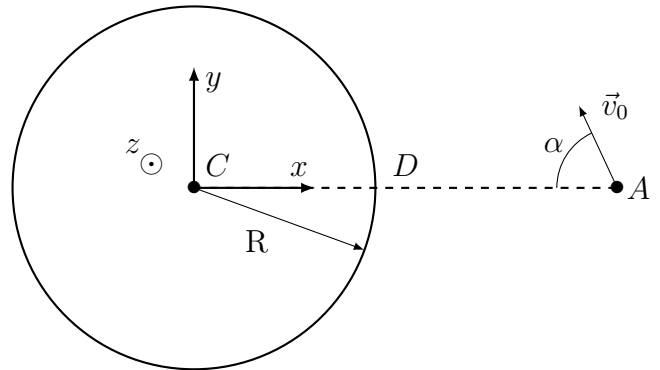


Minitest 2

Astéroïde (17 points)

On étudie le mouvement d'un astéroïde A , considéré comme un point matériel de masse m . Le mouvement s'effectue au voisinage de la Terre, considérée comme une sphère de rayon R et de masse M . On note C son centre, et on considère ce point comme fixe dans un référentiel d'inertie. On note $\vec{r} = \overrightarrow{CA}$ le vecteur position de l'astéroïde. La seule force exercée sur l'astéroïde est la force de gravitation de la Terre :

$$\vec{F} = -\frac{GmM}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$



A l'instant $t = 0$, l'astéroïde se trouve à une distance D du centre de la terre et a une vitesse \vec{v}_0 , contenue dans le plan xy et faisant un angle α avec le vecteur \overrightarrow{AC} , comme indiqué sur le dessin.

- Quelles sont les quantités conservées ? Justifier votre réponse. Donner leurs expressions générales dans un système de coordonnées polaires d'origine C , ainsi que leurs valeurs en fonction des conditions initiales. [6 pts]
- On cherche maintenant à déterminer si l'astéroïde va percuter la terre en calculant la distance minimum $r_{\min} = \min[CA]$ au cours de sa trajectoire. Illustrer comment identifier r_{\min} sur un graphique faisant intervenir l'énergie potentielle effective. Ecrire l'équation satisfaite par r_{\min} en fonction des quantités conservées et des autres paramètres du problème. [3 pts]
- Déterminer les solutions de r_{\min} en fonction des conditions initiales, en particulier selon la valeur de l'énergie mécanique. [4 pts]
- On suppose maintenant que le rapport R/D est suffisamment petit pour que l'astéroïde n'entre pas en collision avec la Terre. Quelles sont les conditions sur \vec{v}_0 et α pour que l'astéroïde puisse s'éloigner indéfiniment de la Terre (c'est-à-dire qu'il puisse atteindre une distance infinie de la Terre) ? [4 pts]