

## Série 08 : Lois de Kepler, moment cinétique, et changements de référentiels

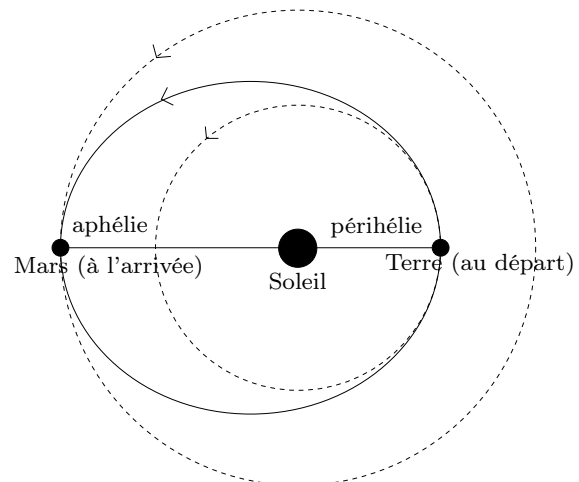
### Questions conceptuelles

- Calculez l'ordre de grandeur de l'accélération de Coriolis de l'eau dans votre lavabo qui se vide.
- Si vous laissez tomber un œuf sur le sol, il se brisera, alors que si vous le laissez tomber (de la même hauteur) sur un matelas il ne se brisera pas. Expliquez pourquoi, en utilisant les notions de force et de durée du choc.

### 1 Voyage vers Mars

On lance un vaisseau spatial de la Terre vers Mars. On désire que le périhélie de la trajectoire de ce vaisseau corresponde à la position de la Terre au départ et son aphélie à la position de Mars à l'arrivée (voir dessin ci-contre). On considère que la Terre et Mars suivent des orbites circulaires et coplanaires avec  $R_T = 1$  u.a. et  $R_M = 1.52$  u.a (1u.a. = 1 unité astronomique = distance moyenne de la Terre au Soleil =  $149.6 \times 10^9$  m). La période  $T_T$  de révolution de la Terre vaut une année. Par contre, on ne connaît pas la masse du vaisseau, des planètes ou du Soleil.

- Quelle est, en années, la période  $T_M$  de révolution de Mars ?
- Quelles sont les vitesses de la Terre et de Mars sur leurs orbites ?
- Combien de temps dure le voyage de la Terre vers Mars ?
- Quelle doit être la vitesse du vaisseau au départ pour qu'il évolue sur cette orbite elliptique ? Calculer sa vitesse relative à la Terre au départ, et de combien il faut modifier sa vitesse à l'aphélie pour qu'il arrive à se poser sur Mars ?



*Indications* : Résoudre ce problème en utilisant les lois de Kepler et les lois de conservation. Tenir compte uniquement de l'attraction gravitationnelle du Soleil, et négliger les forces entre les planètes et entre le vaisseau et les planètes.

## 2 Encore l'araignée

L'araignée est un animal qui a une mauvaise mémoire : du cours de physique générale, elle n'a retenu que le théorème du moment cinétique. En se balançant au bout de son fil de longueur  $l$  à la manière d'un pendule, elle arrive tout de même à montrer que l'équation de son mouvement est  $\ddot{\phi} = -\frac{g}{l} \sin \phi$ . Comment a-t-elle fait ?

## 3 Le rameur

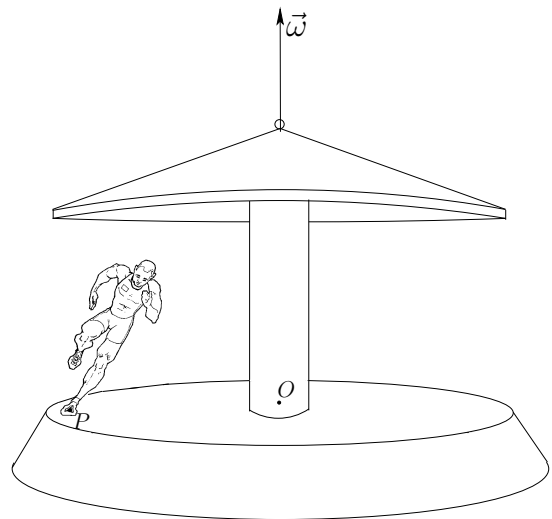
Un rameur remonte une rivière à vitesse constante. Il tire une bouteille de vin attachée par une corde à son bateau. Lorsqu'il passe sous un pont, la bouteille se détache et dérive en aval. Le rameur le réalise une heure plus tard. Il fait demi-tour et récupère sa bouteille à un kilomètre en aval du pont. Quelle est la vitesse du fleuve relativement à la rive ?

## 4 Coureur sur carrousel

Un carrousel de rayon  $R$  tourne à vitesse angulaire constante  $\vec{\omega}$ . Un homme de masse  $m$  court sur le bord du carrousel dans le sens de rotation à une vitesse de norme constante  $v$  par rapport au carrousel.

Considérant l'homme comme un point matériel  $P$ , quelle est la vitesse du coureur dans le référentiel lié au sol ? En déduire son accélération et la direction, le sens et l'amplitude de la force qui lui permet de se maintenir sur cette trajectoire.

Retrouver ce résultat en utilisant les formules de changement de référentiels vu en cours.



## Exercices facultatifs : compléments de cours

a) Nous allons étudier les différentes coniques qui paramètrent les mouvements orbitaux. On rappelle que le mouvement d'une masse  $m$  orbitant autour d'une masse  $M$  en  $O$  vérifie

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\phi - \phi_0)}$$

On posera  $\phi_0 = 0$  dans la suite pour simplifier. En cours, nous avons montré que pour  $e < 1$ , la trajectoire est une ellipse.

- 1) Pour  $e = 1$ , montrer que la trajectoire est une parabole et la dessiner.
- 2) Une hyperbole est définie par

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{y^2}{B^2} = \pm 1.$$

Montrer que la trajectoire est une hyperbole pour  $e > 1$ . Dessiner cette trajectoire, et commenter la stabilité de l'orbite.