

Série 7

Exercice 1. Décompose les polynômes suivants à coefficients dans \mathbb{R} en produit de facteurs :

- | | |
|-------------------------------|------------------------------------|
| a) $a^2m + abm - 3am - 3bm$ | h) $y^3 - y - y^2 + 1$ |
| b) $m + n + p - am - an - ap$ | i) $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$ |
| c) $ax + x - a - 1$ | j) $1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5$ |
| d) $a^3 + a^2 + a + 1$ | k) $1 + b + b^2 + b^3 + b^4 + b^5$ |
| e) $6x^2 + xy + 18xz + 3yz$ | l) $x^2 - xy + xz - x + y - z$ |
| f) $20xy + 4y - 5x - 1$ | m) $2x^2 + 12xy + 18y^2 - 8$ |
| g) $6x^2 - 5xz - 6x + 5z$ | |

Exercice 2. Effectue la division euclidienne du polynôme $f(x)$ par $x - a$ dans les cas suivants. Écris ensuite l'égalité fondamentale de la division.

- | | |
|--|--|
| a) $f(x) = 4x^3 - 10x^2 + 11x - 5$ et $a = 1$; | c) $f(x) = 6x^3 - 7x^2 + 8x - 5$ et $a = -\frac{2}{3}$; |
| b) $f(x) = 9x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$ et $a = -2$; | d) $f(x) = 10x^2 - 19x - 17$ et $a = \frac{5}{2}$; |

Exercice 3. Détermine la valeur des paramètres a et b pour lesquelles la division est exacte (le reste est nul). Détermine ensuite le quotient obtenu avec ces valeurs.

- | | |
|---|---|
| a) $x^2 + ax + 12$ divisé par $x - 3$; | c) $x^3 + ax^2 + 19x - 12$ divisé par $x - 1$; |
| b) $x^2 + ax + 15$ divisé par $x + 3$; | d) $x^6 + x^4 + ax^3 + bx^2 - x - 1$ divisé par $x^3 + x + 1$. |

Exercice 4. Examine *sans effectuer la division* si les polynômes $x^5 + a^5$ et $x^5 - a^5$ sont divisibles par $x + a$ et si les polynômes $x^6 - 12a^2x^4 - 75a^5x - 22a^6$ et $5x^4 + 7ax^3 - 4a^2x^2 + 2a^3x - 4a^4$ sont divisibles par $x + 2a$.

Exercice 5. Pour quelles valeurs de k le polynôme $(x + 1)^k - (x - 1)^k$ est-il divisible par x ?

Exercice 6. Décompose les polynômes suivants à coefficients dans \mathbb{R} en produit de facteurs :

- | | |
|-------------------------------------|----------------------------|
| a) $x^3 + 2x^2 + x$ | h) $a^2 - 2ab - 3b^2$ |
| b) $2a^6 - 6a^4 + 6a^2 - 2$ | i) $x(1 - y + x) - y$ |
| c) $54a^6 - 2$ | j) $x^3 - 3x^2 + 9x - 27$ |
| d) $(x^2 - 1)^2 + 4x^2$ | k) $a^8 - 256$ |
| e) $xy - 9x^3y$ | l) $b^8 - 2b^4 + 1$ |
| f) $(ab + a + 1)^2 - (b + a + 1)^2$ | m) $(x - 3)^3 + (y - 5)^3$ |
| g) $(x^2 - 1)^2 - (x + 1)(x - 1)^3$ | n) $x^2 + 3x - 4y^2 + 6y$ |

Exercice 7. Factorise les trinômes suivants dans $\mathbb{Z}[x]$ en utilisant les formules de Viète si possible :

a) $x^2 + 2x - 35$;

c) $x^2 - 2x - 1$;

e) $6x^2 + 19x - 11$;

b) $x^2 - 2x - 35$;

d) $3x^2 - 5x - 2$;

f) $x^2 - 48x + 47$.

Exercice 8. Factorise les polynômes suivants :

a) $x^3 + 9x^2 + 11x - 21$;

b) $x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$;

c) $x^5 + 3x^4 - 16x - 48$;

d) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$;

e) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$;

f) $x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$;

g) $6x^4 + 13x^3 - 13x - 6$.

* **Exercice 9.** Factorise les polynômes $2x^2 - 3x - 7$ et $3x^2 - 6x + 5$ à l'aide de la formule du trinôme.