

Cours Euler: objectifs du test 7

28 mai 2025

Pour aider à la comparaison avec les objectifs du PER, nous avons indiqué en début de section et en italique quels buts sont atteints et quelles "attentes fondamentales" correspondent à chaque partie. Il y a bien sûr d'autres compétences que celles du PER qui sont atteintes. En particulier l'importance de la théorie, l'apprentissage du vocabulaire mathématique avec ses définitions, de la rédaction de démonstrations et de justifications vont en général bien au-delà de ce qu'on demande habituellement aux élèves dans un cours de mathématiques. La note obtenue par l'élève, indiquée en pour-cents est calculée sur 100 points pour ce test (la moyenne étant à 60% et indiquant si l'élève est en principe capable de suivre le rythme du cours Euler). Pour le canton de Vaud, cette note ne doit donc pas être utilisée telle quelle dans l'agenda.

1 Test 7 : Géométrie du triangle

Il s'agit des chapitres 1 à 4 du manuel IV, séries d'exercice 26 à 30.

Remarque : Les axiomes seront distribués avec le test. Les réflexions ont été étudiées en détail lors du module 2. Ce module correspond principalement à une partie de MSN 31.

1.1 Les isométries : rappels

Reconnait et nomme les rotations. Décrit une rotation par son centre et son angle. Construit le centre de symétrie d'une figure plane.

Aucune démonstration à connaître dans cette partie.

1. Proposition : il existe exactement deux isométries transformation un segment en un autre segment de même longueur, l'ordre des extrémités étant fixé.
2. Proposition : une isométrie est entièrement déterminée par son effet sur un triangle.
3. Théorème : Toute isométrie est la composition d'au plus trois réflexions.
4. Définition d'une rotation en termes de points fixes.
5. Caractérisation en termes de composée de deux réflexions d'axes concourants ou égaux.
6. Caractérisation en termes de centre et d'angle orienté

1.2 Les translations

Reconnait et nomme les translations. Décrit une translation par son vecteur directeur.

1. Définition en termes de points fixes et de préservation de l'orientation.
2. Caractérisation en termes de composée de deux réflexions d'axes parallèles ou égaux. Proposition 4.2 (avec démonstration).
3. Caractérisation en termes de vecteur de translation. Proposition 4.3 (avec démonstration). Choix libre d'un des axes parmi les droites perpendiculaires à la direction de la translation. Distance entre les axes et amplitude de la translation.

1.3 Renversements sans points fixes

A ce moment l'élève sait reconnaître et décrire toutes les isométries du plan. Il les décrit et les identifie par leurs caractéristiques. Il anticipe la position d'une figure après une ou plusieurs isométries. A l'aide d'instruments ou de logiciels, il construit l'image d'une figure plane.

1. Définition en termes de points fixes et de non-préservation de l'orientation.
2. Caractérisation comme les isométries qui ne s'expriment que par la composée de trois réflexions. Prop. 5.2, avec ex. 3, série 27. Démonstration à connaître.
3. Propriétés de certaines compositions de différents types d'isométrie (voir aussi séries).

1.4 Les triangles

1. Définitions des droites principales des triangles.
2. Les trois cas d'isométrie des triangles (avec preuve, mais lemme 1.2 sans démonstration).
3. Triangles isocèles : définition en termes de côtés, caractérisation en termes d'angles, de droites principales et d'axe de symétrie. Preuve de l'équivalence de ces caractérisations.
4. Cas d'isométrie dans le cas des triangles isocèles. Voir aussi ex. 7 série 28.
5. Triangles équilatéraux et rectangles : définition en termes de côtés, caractérisation en termes d'angles, de droites principales et d'axe de symétrie.
6. Cas d'isométrie dans le cas des triangles rectangles. Voir aussi ex. 7 série 27.
7. Lien entre les isométries d'un triangle équilatéral et les permutations de ses 3 sommets.

1.5 Quadrilatères

Résout des problèmes de mesurage par choix et mise en relation des données, par distinction des grandeurs en jeu, par choix d'une formule, d'une procédure, d'une unité de mesure.

1. Quadrilatères généraux : Simplicité et convexité des quadrilatères. Caractérisation en termes de côtés ou des diagonales (sans démonstration).
2. Trapèzes : Définition. Trapèzes rectangles et isocèles
3. Parallélogrammes : définition comme trapèze particulier
4. Centre de symétrie du parallélogramme (prop. 3.3 avec preuve)
5. Propriétés du parallélogramme (cor. 3.4 avec preuve)
6. Caractérisation des parallélogrammes par différents critères (côtés, diagonales) : prop. 3.5 (avec preuve, voir aussi ex. 13, série 28).
7. Rectangles : définition comme parallélogramme particulier.
8. Caractérisation du rectangle comme quadrilatère possédant 4 angles droits ou par ses diagonales (démonstration).
9. Rhomboïdes : Cerf-volants et fers de lance. Définition. Propriétés (prop. 5.2, démonstration).
10. Losanges : Définition. Propriétés et caractérisation (prop. 5.4, preuve des propriétés (pas de la réciproque), voir ex. 6, série 29). carrés.
11. Polygones réguliers, inscrits et circonscrits

1.6 Position relative des cercles et des droites

1. Par trois points distincts alignés ne passe aucun cercle.
2. Proposition sur page de gauche (point d'une droite déterminé par sa position relative à deux points d'une droite) à connaître (sans démonstration) et lemme 1.2 (avec preuve, voir exercice 10, série 29).
3. Cercles tangents et sécants.
4. Caractérisation de deux cercles tangents, sécants ou disjoints en fonction des rayons : prop 1.4 (avec démonstration) et 1.5 (sans démonstration, mais voir le lien avec la proposition citée ci-dessus).
5. Caractérisation de la position relative d'une droite à un cercle en terme de distance du centre du cercle à la droite (cor. 2.2, sans démonstration).
6. Perpendicularité au rayon d'une droite tangente à un cercle (la démonstration n'est pas à connaître)

1.7 Points remarquables des triangles

Reconnait, nomme, décrit et construit les cercles inscrit et circonscrits, le centre de gravité, les médianes, l'orthocentre et les hauteurs d'un triangle.

1. Polygone inscriptible, circonscriptible. Cercle inscrit, circonscrit à un polygone.
2. Construction du centre du cercle circonscrit
3. Théorème du cercle circonscrit (avec preuve). Conclusion : par trois points non alignés passe un et un seul cercle.
4. Le cercle circonscrit des triangles rectangles (ex. 5 série 29).
5. Hauteurs et orthocentre (sans démonstration) : Triangle augmenté.
6. Médianes et centre de gravité (avec démonstration), propriétés des segments moyens (voir aussi vidéo et ex. 8 série 30).
7. Bissectrices et cercle inscrit (avec démonstration).
8. Applications de ces résultats à l'inscription et à la circonscription de polygones. Caractérisation des polygones inscriptibles et circonscriptibles en termes de médiatrices et bissectrices.

Remarque. En plus des compétences mentionnées, le cours Euler attend des élèves qu'ils connaissent leurs définitions et la caractérisation des objets mathématiques étudiés, qu'ils sachent démontrer certaines propositions du cours (elles sont indiquées dans le descriptif), qu'ils sachent présenter une preuve simple sur la base des définitions et des propriétés vues en cours.