

Cours Euler: objectifs du test 7

15 mai 2024

Pour aider à la comparaison avec les objectifs du PER, nous avons indiqué en début de section et en italique quels buts sont atteints et quelles "attentes fondamentales" correspondent à chaque partie. Il y a bien sûr d'autres compétences que celles du PER qui sont atteintes. En particulier l'importance de la théorie, l'apprentissage du vocabulaire mathématique avec ses définitions, de la rédaction de démonstrations et de justifications vont en général bien au-delà de ce qu'on demande habituellement aux élèves dans un cours de mathématiques. La note obtenue par l'élève, indiquée en pour-cents est calculée sur 100 points pour ce test (la moyenne étant à 60% et indiquant si l'élève est en principe capable de suivre le rythme du cours Euler). Pour le canton de Vaud, cette note ne doit donc pas être utilisée telle quelle dans l'agenda.

1 Test 7 : Géométrie du triangle

Remarque : Les axiomes seront distribués avec le test. Les réflexions ont été étudiées en détail lors du module 2. Ce module correspond principalement à une partie de MSN 31.

1.1 Les isométries : rappels

Reconnaît et nomme les rotations. Décrit une rotation par son centre et son angle. Construit le centre de symétrie d'une figure plane.

Aucune démonstration à connaître dans cette partie.

1. Proposition : il existe exactement deux isométries transformation un segment en un autre segment de même longueur, l'ordre des extrémités étant fixé.
2. Proposition : une isométrie est entièrement déterminée par son effet sur un triangle.
3. Théorème : Toute isométrie est la composition d'au plus trois réflexions.
4. Définition d'une rotation en termes de points fixes.
5. Caractérisation en termes de composée de deux réflexions d'axes concourants ou égaux.
6. Caractérisation en termes de centre et d'angle orienté

1.2 Les translations

Reconnaît et nomme les translations. Décrit une translation par son vecteur directeur.

1. Définition en termes de points fixes et de préservation de l'orientation.
2. Caractérisation en termes de composée de deux réflexions d'axes parallèles ou égaux. Proposition 4.2 avec démonstration.
3. Caractérisation en termes de vecteur de translation. Proposition 4.3 sans démonstration. Choix libre d'un des axes parmi les droites perpendiculaires à la direction de la translation. Distance entre les axes.

1.3 Renversements sans points fixes

A ce moment l'élève sait reconnaître et décrire toutes les isométries du plan. Il les décrit et les identifie par leurs caractéristiques. Il anticipe la position d'une figure après une ou plusieurs isométries. A l'aide d'instruments ou de logiciels, il construit l'image d'une figure plane.

1. Définition en termes de points fixes et de non-préservation de l'orientation.
2. Caractérisation comme les isométries qui ne s'expriment que par la composée de trois réflexions. Prop. 5.2, avec ex. 3, série 27. Démonstration à connaître.
3. Propriétés de certaines compositions de différents types d'isométrie.

1.4 Les triangles

1. Définitions des droites principales des triangles
2. Les trois cas d'isométrie des triangles (avec preuve, lemme 1.2 sans démonstration)
3. Triangles isocèles : définition en termes de côtés, caractérisation en termes d'angles, de droites principales et d'axe de symétrie. Preuve de l'équivalence de ces caractérisations.
4. Cas d'isométrie dans le cas des triangles isocèles. Voir aussi ex. 7 série 28.
5. Triangles équilatéraux et rectangles : définition en termes de côtés, caractérisation en termes d'angles, de droites principales et d'axe de symétrie.
6. Cas d'isométrie dans le cas des triangles rectangles. Voir aussi ex. 7 série 27.

1.5 Quadrilatères

Résout des problèmes de mesurage par choix et mise en relation des données, par distinction des grandeurs en jeu, par choix d'une formule, d'une procédure, d'une unité de mesure.

1. Quadrilatères généraux : Simplicité et convexité des quadrilatères. Caractérisation en termes des diagonales.
2. Trapèzes : Trapèzes rectangles et isocèles
3. Parallélogrammes : définition comme trapèze particulier
4. Centre de symétrie du parallélogramme (prop. 3.3, preuve de l'existence)
5. Propriétés du parallélogramme (cor. 3.4 avec preuve)
6. Caractérisation des parallélogrammes par différents critères (côtés, diagonales). Voir ex. 13, série 28.
7. Rectangles : définition comme parallélogramme particulier.
8. Caractérisation du rectangle comme quadrilatère possédant 4 angles droits ou par ses diagonales (démonstration).
9. Rhomboïdes : Cerf-volants et fers de lance, propriétés
10. Losanges : Propriétés, caractérisations, carrés. Voir ex. 6, série 29.
11. Polygones réguliers, inscrits et circonscrits

1.6 Position relative des cercles et des droites

1. Lemme 1, lemme 2, proposition 1.0 (sur pages blanches du photocopié) et lemme 1.2 (démonstration non demandée). Voir exercice 10, série 29.
2. Cercles tangents et sécants.
3. Caractérisation de deux cercles tangents, sécants ou disjoints en fonction des rayons (prop 1.4 et 1.5, la démonstration n'est pas à connaître, mais on demande de maîtriser l'utilisation des critères)
4. Caractérisation de la position relative d'une droite à un cercle en terme de distance du centre du cercle à la droite (cor. 2.2, démonstration non demandée)
5. Perpendicularité au rayon d'une droite tangente à un cercle (la démonstration n'est pas à connaître)

1.7 Points remarquables des triangles

Reconnait, nomme, décrit et construit les cercles inscrit et circonscrits, le centre de gravité, les médianes, l'orthocentre et les hauteurs d'un triangle.

1. Construction du centre du cercle circonscrit
2. Théorème du cercle circonscrit (démonstration du fait que les trois médiatrices se coupent en un seul point)
3. Le cercle circonscrit des triangles rectangles (ex. 5 série 29)
4. Hauteurs et orthocentre (sans démonstration) : Triangle augmenté
5. Médianes et barycentre (la démonstration n'est pas à connaître), propriétés des segments moyens (voir aussi vidéo et ex. 8 série 30).
6. Bissectrices et cercle inscrit (Démonstration de l'unicité)
7. Applications de ces résultats à l'inscription et à la circonscription de polygones. Caractérisation des polygones inscrits et circonscriptibles en termes de médiatrices et bissectrices.

Remarque. En plus des compétences mentionnées, le cours Euler attend des élèves qu'ils connaissent leurs définitions et la caractérisation des objets mathématiques étudiés, qu'ils sachent démontrer certaines propositions du cours (elles sont indiquées dans le descriptif), qu'ils sachent présenter une preuve simple sur la base des définitions et des propriétés vues en cours.