

# Cours Euler: objectifs du test 4

18 décembre 2024

Pour aider à la comparaison avec les objectifs du PER, nous avons indiqué en début de section et en italique quels buts sont atteints et quelles « attentes fondamentales » correspondent à chaque partie. Il y a bien sûr d'autres compétences que celles du PER qui sont atteintes. En particulier l'importance de la théorie, l'apprentissage du vocabulaire mathématique avec ses définitions, de la rédaction de démonstrations et de justifications vont en général bien au-delà de ce qu'on demande habituellement aux élèves dans un cours de mathématiques. La note obtenue par l'élève est indiquée en pour-cents (la moyenne étant à 60% et indiquant si l'élève est en principe capable de suivre le rythme du cours Euler). Pour le canton de Vaud, cette note ne doit donc pas être utilisée telle quelle dans l'agenda.

## 1 Test 4 : Les angles et les isométries (chs. 4-6)

**Matériel à disposition :** Outils de construction, formulaire contenant la liste de tous les axiomes (sera distribué avec le test).

**Remarque :** On continue dans ce module à exercer la démonstration, en cours et en exercices. Les sujets indiqués donnent le contenu théorique du cours sans entrer dans les détails des exercices abordés. Nous avons suivi une approche axiomatique de la géométrie euclidienne basée sur le livre de Delessert. De nombreux résultats ont été démontrés dans le cours. De plus, sauf mention contraire, pour toutes les figures géométriques introduites nous avons vu leur construction à la règle et au compas (accompagnée d'une marche à suivre). L'exercice d'écriture de marches à suivre et de démonstrations s'est fait tout au long du module. Ce module correspond principalement à une partie de MSN 31.

Le cours Euler attend des élèves qu'ils connaissent leurs définitions et la caractérisation des objets mathématiques étudiés, qu'ils sachent démontrer certaines propositions du cours (voir détail ci-dessous), qu'ils sachent présenter une preuve simple sur la base des définitions et des axiomes du cours, qu'ils sachent enfin écrire et suivre une marche à suivre.

### 1.1 Les parallèles

*Reconnait, nomme, décrit et construit des droites parallèles.*

1. Droites parallèles, définition.
2. Construction d'une parallèle à une droite donnée par un point donné. Marche à suivre et démonstration de la validité de la méthode.
3. Axiome des parallèles (unicité).

4. Transitivité du parallélisme (avec démonstration, voir ex. 1 série 11). Application pour démontrer la proposition 3.4
5. Parallélisme et perpendicularité : prop. 4.1 (avec démonstration) et lemme : deux perpendiculaires à une même droite sont parallèles (avec démonstration).
6. Distance de deux droites parallèles (définition et prop. 4.3, avec démonstration). Droites parallèles à une droite à une distance donnée (avec démonstration, voir série 12).

## 1.2 Théorème de la transversale

*Connaît, nomme, décrit et construit des angles alternes-internes. Reconnaît, nomme, décrit et construit les symétries centrales*

1. Symétries centrales et centre de symétrie. Définition, marche-à-suivre. Démonstration qu'il existe une unique transformation telle que décrite par la proposition 2.1. Démonstration que c'est une isométrie non demandée.
2. Action d'une symétrie centrale sur une droite passant ou ne passant pas par le centre (démonstration).
3. Transversales, angles alternes-internes, alternes-externes, correspondants.
4. Théorème de la transversale et réciproque. Preuve du théorème direct.

## 1.3 Mesure des angles-plans

*Utilisation du rapporteur et de l'équerre. Connaît, nomme, décrit et construit des angles supplémentaires, complémentaires.*

1. Définition de la frontière, intérieur d'un angle-plan.
2. Angle-plan nul, plat, droit, aigu, obtus, plein.
3. Angles-plans adjacents, adjacents-supplémentaires, supplémentaires.
4. Angles-plans adjacents-complémentaires et complémentaires.
5. Mesure des angles-plan

## 1.4 Angles des polygones simples

*Reconnaît, nomme, décrit et construit les objets étudiés ci-dessous. Utilise la somme des angles d'un triangle. Compare, classe et mesure les angles par manipulation de lignes en utilisant des unités de mesures conventionnelles ou non. Prise de mesure d'angles. Mesure le périmètre d'un polygone.*

1. Définitions de polygones simples, intérieur d'un polygone simple, figure convexe.
2. Surface polygonale, angle intérieur et extérieur en un sommet.
3. Somme des angles du triangle (démonstration).
4. Somme des angles d'un polygone simple (démonstration pour les convexes)
5. Application aux quadrilatères et polygones réguliers (construction du triangle équilatéral, hexagone, dodécagone réguliers et du carré, octogone régulier).

## 1.5 Composition de transformations géométriques

1. Composition de transformations géométriques générales.
2. La composition de deux isométries est une isométrie (preuve).
3. L'inverse d'une isométrie est une isométrie (preuve, voir série 14).
4. Non-commutativité de la composition des isométries.
5. Définition d'un groupe. Les isométries forment un groupe (ne sera pas demandé au test).

## 1.6 Preuve du théorème de classification des isométries

1. Les isométries sont déterminées par leur action sur un triangle, et il existe une unique isométrie qui transforme un triangle en un triangle isométrique donné. Démonstration du lemme 2.1 (démonstration du lemme 2.3 non demandée).
2. Classification des isométries qui transforment un segment en un segment de même longueur donné (il y en a deux). Démonstration.
3. Théorème : Toute isométrie est la composition d'au plus trois réflexions. Démonstration.
4. Savoir construire (au plus) trois axes de symétries qui permettent de transformer une figure donnée en une figure isométrique donnée en composant ces symétries. En particulier, savoir construire l'image d'un point quelconque sous une isométrie qu'on a donnée par l'image d'un triangle. Marche à suivre. Le cas d'une rotation est traité dans l'exemple 3.12. Voir aussi série 15.

## 1.7 Les rotations

*Reconnait et nomme les rotations. Décrit une rotation par son centre et son angle. Construit le centre de symétrie d'une figure plane.*

1. Définition des rotations.
2. Caractérisation en termes de composée de deux réflexions d'axes concourants ou égaux (proposition 3.3, démonstration de l'existence uniquement). Choix libre du premier ou deuxième axe.
3. Rotation uniquement déterminée par son centre et l'image d'un point (cor 3.5, avec démonstration).
4. Les rotations forment un sous-groupe abélien du groupe des isométries (cor 3.6). Savoir montrer que l'inverse d'une rotation et la composée de deux rotations est une rotation.
5. Caractérisation en termes de centre et d'angle orienté. Proposition 3.10 (démonstration).