

# Cours Euler: objectifs du test 3

20 novembre 2023

Pour aider à la comparaison avec les objectifs du PER, nous avons indiqué en début de section et en italique quels buts sont atteints et quelles « attentes fondamentales » correspondent à chaque partie. Il y a bien sûr d'autres compétences que celles du PER qui sont atteintes. En particulier l'importance de la théorie, l'apprentissage du vocabulaire mathématique avec ses définitions, de la rédaction de démonstrations et de justifications vont en général bien au-delà de ce qu'on demande habituellement aux élèves dans un cours de mathématiques. La note obtenue par l'élève est indiquée en pour-cents du total (la moyenne étant à 60% et indiquant si l'élève est en principe capable de suivre le rythme du cours Euler). Pour le canton de Vaud, cette note ne doit donc pas être utilisée telle quelle dans l'agenda.

On continue dans ce module à exercer la démonstration, en cours et en exercices. Les sujets indiqués donnent le contenu théorique du cours sans entrer dans les détails des exercices abordés. Nous avons suivi une approche axiomatique de la géométrie euclidienne basée sur le livre de Delessert. De nombreux résultats ont été démontrés dans le cours. De plus, sauf mention contraire, pour toutes les figures géométriques introduites nous avons vu leur construction à la règle et au compas (accompagnée d'une marche à suivre). L'exercice d'écriture de marches à suivre et de démonstrations s'est fait tout au long du module. Ce module correspond principalement à une partie de MSN 31.

## 1 Test 3 : Introduction à la géométrie plane

### Remarque :

- Les axiomes ne seront pas à connaître par cœur. Les axiomes nécessaires seront donnés dans le test ou dans un formulaire. L'élève doit par contre comprendre ce que l'axiome signifie et pouvoir l'utiliser pour démontrer une propriété ou énoncer une définition.
- Les définitions doivent être connues.
- *Les démonstrations vues en cours sont à connaître, sauf indication contraire ci-dessous.* On peut également demander de démontrer une propriété simple non vue en cours.
- L'élève doit savoir écrire une marche-à-suivre ou la suivre, en particulier pour le symétrique d'un point, la médiatrice, la perpendiculaire à une droite passant par un point et la bissectrice.

### 1.1 Nécessité de l'axiomatique

*De par sa nature axiomatique (synthétique), ce module demande aux élèves d'apprendre à trier et organiser les informations pertinentes à la résolution d'un problème géométrique, de mettre en oeuvre une démarche de résolution, d'ajuster des essais consécutifs, de poser des conjectures (puis de les valider ou de les réfuter), de déduire des informations nouvelles à partir de celles qui sont connues, de réduire la complexité d'un*

*problème, d'utiliser des propriétés de figures et de transformations géométriques pour établir des preuves, de vérifier et communiquer une démarche et un résultat en utilisant un vocabulaire et des symboles adéquats, de réaliser un croquis comme support de réflexion et pour communiquer des informations sans ambiguïté.*

1. Objets d'étude idéaux. Notions indéfinies et définies.
2. La démonstration en géométrie. Axiomes et preuves.
3. Les notions définies et indéfinies de la géométrie euclidienne.

## 1.2 Notions et axiomes de base

*Reconnaît, nomme, décrit et construit les objets étudiés ci-dessous. Utilisation de la règle. Compare, classe et mesure longueurs par manipulation de lignes en utilisant des unités de mesures conventionnelles ou non. Prise de mesure de longueurs. Exprime une même longueur dans différentes unités.*

1. Plan, points, figures, droites. Axiomes de connexion. Savoir vérifier si un ensemble de points et de droites vérifient ces axiomes.
2. Segments. Demi-droites et demi-plans. Lignes polygonales, lignes polygonales tendues, polygones.
3. Axiomes de séparation (demi-droites et demi-plans).
4. Distance de deux points. Axiomes de la distance. Propriétés des longueurs des côtés d'un triangle. Bijection entre points d'une droite et nombres réels (sans démonstration).

## 1.3 Symétries axiales et perpendicularité

*Reconnaît, nomme, décrit et construit des figures planes selon leurs propriétés de symétrie et perpendicularité. Reconnaît et nomme les symétries axiales.*

1. Transformations géométriques. Image d'une figure et d'une ligne polygonale.
2. Isométries (définition). Les isométries sont bijectives (nous avons vu la preuve de l'injectivité uniquement). L'inverse d'une isométrie est une isométrie.
3. Image d'une droite, d'une demi-droite, d'un segment, sous une isométrie (sans démonstration).
4. Symétries axiales
  - Axiome de symétrie.
  - Axes de symétrie.
  - Construction du symétrique d'un point et marche-à-suivre.
  - Symétrie comme son propre inverse.
  - Figures symétriques, axe de symétrie d'une figure.
5. Lieux géométriques. Cas particulier du cercle et notions liées au cercle.

## 6. Perpendicularité et médiatrice

*Reconnait, nomme, décrit et construit les objets étudiés. Utilise le compas.*

- Médiatrice comme axe de symétrie (définition) et lieu géométrique (propriété). Connaître la structure de la démonstration.
- Construction et marche à suivre.
- Définition de la perpendicularité par la symétrie. Suffisance de la vérification de la symétrie sur une droite.
- Deux perpendiculaires se coupent et les isométries préservent la perpendicularité (voir série 10).
- Médiatrice d'un segment perpendiculaire au support du segment.
- Perpendiculaire à une droite passant par un point. Construction et marche-à-suivre (deux méthodes pour point hors de  $d$ ).
- Projection d'un point sur une droite.
- Distance d'un point à une droite.

### 1.4 Définition et vocabulaire sur les angles

*Reconnait, nomme, décrit et construit les objets étudiés ci-dessous.*

1. Définition d'un angle rectiligne et notations.

2. Vocabulaire

*Reconnait, nomme, décrit et construit les objets étudiés ci-dessous et relatifs aux angles.*

- Angles nuls, plats, droits, aigu, obtus.
- Angles adjacents, adjacents supplémentaires, supplémentaires, adjacents-complémentaires, complémentaires.
- Angles opposés par le sommet.

3. Angles-plans : intérieur et extérieur d'un angle rectiligne, angles-plans saillants et rentrants d'un angle rectiligne.

### 1.5 La bissectrice

*Reconnait, nomme, décrit et construit une bissectrice.*

1. La bissectrice comme axe de symétrie (définition). Théorème d'existence et unicité.

2. La bissectrice comme lieu géométrique (propriété).

3. Isométrie d'angles opposés par le sommet.