

Cours Euler: objectifs du test 2

29 octobre 2025

Pour aider à la comparaison avec les objectifs du PER, nous avons indiqué en début de section et en italique quels buts sont atteints et quelles « attentes fondamentales » correspondent à chaque partie. Il y a bien sûr d'autres compétences que celles du PER qui sont atteintes. En particulier l'importance de la théorie, l'apprentissage du vocabulaire mathématique avec ses définitions, de la rédaction de démonstrations et de justifications vont en général bien au-delà de ce qu'on demande habituellement aux élèves dans un cours de mathématiques. La note obtenue par l'élève, indiquée en pourcents est calculée sur 100 points pour ce test (la moyenne étant à 60% et indiquant si l'élève est en principe capable de suivre le rythme du cours Euler). Pour le canton de Vaud, cette note ne doit donc pas être utilisée telle quelle dans l'agenda.

1 Test 2 : Nombres rationnels

Remarque : On continue dans ce module à exercer la démonstration, en cours et en exercices. Les sujets indiqués donnent le contenu théorique du cours sans entrer dans les détails des exercices abordés. Ce module correspond principalement à une partie de MSN 32.

1.1 Les nombres rationnels

Ecriture fractionnaire, y compris simplification et amplification. Amplifie, simplifie et rend irréductible une fraction, la représente géométriquement. Compare, ordonne, encadre, intercale des nombres rationnels. Connaissance et priorité des opérations (y compris parenthèses). Connaissance et utilisation des opérations. Effectue des calculs, utilise un algorithme pour effectuer somme, différence, produit et division de nombres rationnels arbitraires. Reconnaît et utilise différentes écritures d'un même nombre et passe de l'une à l'autre. Notation scientifique. Extrait le nombre entier de dizaines, centaines, milliers, etc, et de dixièmes, centièmes, millièmes, etc.

1. L'ensemble des rationnels

- Raison pour laquelle on introduit les rationnels. Equivalence entre pouvoir faire toutes les divisions $a : b$, $b \neq 0$ et avoir tous les inverses $\frac{1}{b}$, $b \neq 0$.
- Loi de simplification (avec preuve).
- Définition des fractions et équivalence de fractions (avec preuve que c'est une relation d'équivalence, voir aussi série 4). Différence entre fraction et nombre rationnel (comme classe d'équivalence de fractions).
- Simplification et amplification de fractions (avec preuve)

- Fractions irréductibles. Utilisation pour montrer que deux fractions sont équivalentes.
- Comment les entiers sont représentés à l'intérieur des rationnels.

2. Opérations sur les rationnels

- Multiplication
 - Objectifs de la définition (3 conditions) imposent la définition (preuve non demandée).
 - Définition. C'est bien défini (indépendant du choix des représentants, avec preuve).
 - Propriétés avec preuves (props. 2.3, 2.4 et 2.5, voir aussi série 4).
 - Inverse et division (diviser c'est multiplier par l'inverse)
- Addition
 - Objectifs de la définition (2 conditions) imposent la définition (preuve non demandée).
 - L'addition est bien définie (indépendante des représentants, avec preuve)
 - Définition et méthode (chercher un multiple commun des dénominateurs). Equivalence des deux approches (preuve).
 - Propriétés avec preuves (prop 3.4).
 - Opposé et soustraction (soustraire, c'est additionner l'opposé).

3. Ecriture décimale

- Signification des chiffres avant et après la virgule
- Nombres décimaux, définition.
- Nombres périodiques, définition (aussi de la période).
- Théorème sur la forme de l'écriture décimale des nombres rationnels (un nombre est rationnel si et seulement s'il est décimal ou périodique). Démonstration non demandée.
- Critère pour qu'un nombre soit décimal : rationnel dont la fraction irréductible a un dénominateur qui divise une puissance de 10. Démonstration non demandée.
- Critère pour qu'un nombre soit périodique : un rationnel dont la fraction irréductible a un dénominateur qui ne divise pas une puissance de 10.
- Dans le cas périodique, limite sur la longueur de la période et explication (la période doit être strictement inférieure au dénominateur à cause de la condition sur le reste dans la division euclidienne). Savoir faire le processus complet qui explique l'algorithme en colonne. Savoir également utiliser l'algorithme en colonnes pour obtenir rapidement l'écriture périodique d'un nombre.
- Passage d'une écriture à l'autre dans les deux sens et dans les deux cas (décimaux et périodiques)
- Le cas spécial du 9 périodique.

4. Cardinalité des ensembles de nombres

- Signification d'un ensemble dénombrable.
- Savoir que \mathbb{Z} et \mathbb{Q} sont dénombrables et savoir l'expliquer. Savoir utiliser une méthode similaire pour montrer qu'un ensemble est dénombrable dans des cas simples.
- Savoir que $\mathcal{P}(X)$ où X est dénombrable et \mathbb{R} ne sont pas dénombrables. Démonstration non demandée.

Remarque. En plus des compétences mentionnées, le cours Euler attend des élèves qu'elles et ils connaissent leurs définitions (voir ci-dessus) et qu'elles et ils sachent présenter une preuve simple sur la base des définitions du cours.