

Cours Euler: objectifs du test 1

4 septembre 2024

Pour aider à la comparaison avec les objectifs du PER, nous avons indiqué en début de section et en italique quels buts sont atteints et quelles « attentes fondamentales » correspondent à chaque partie. Il y a bien sûr d'autres compétences que celles du PER qui sont atteintes. En particulier l'importance de la théorie, l'apprentissage du vocabulaire mathématique avec ses définitions, de la rédaction de démonstrations et de justifications vont en général bien au-delà de ce qu'on demande habituellement aux élèves dans un cours de mathématiques. La note obtenue par l'élève est calculée en pourcentage (la moyenne étant à 60% et indiquant si l'élève est en principe capable de suivre le rythme du cours Euler).

1 Test 1 : Ensembles et nombres entiers

Remarque : On commence dans ce module à exercer la démonstration, en cours et en exercices. Les sujets indiqués donnent le contenu théorique du cours sans entrer dans les détails des exercices abordés. Ce module correspond principalement à une partie de MSN 32.

1.1 Notions de théorie des ensemble

L'élève apprend à choisir et mettre en relation des données, à communiquer sa démarche et ses résultats par l'utilisation d'un vocabulaire précis, adéquat et commun à tous, d'une syntaxe et de symboles adéquats.

1. Eléments de démonstration

Permettent de trier et organiser des informations ; mettre en oeuvre une démarche de résolution ; poser des conjectures et les réfuter ou les valider ; déduire des informations nouvelles.

- Exemple de démonstration : la divisibilité par 3, 5, 9, 11
- Exemple de démonstration : Théorème d'Euclide sur les nombres premiers, par l'absurde.
- Exemple de démonstration : Théorème de Pythagore (ne sera pas demandé dans ce test).
- Exemple de démonstration : le graphe d'une fonction affine (ne sera pas demandé dans ce test).
- Affirmations et négation d'affirmations.
- Implication et équivalence (si et seulement si).

2. Appartenance et inclusion

Permet parfois de réduire la complexité d'un problème. Apprentissage de l'importance des accolades et parenthèses.

- Éléments, définition d'ensembles par liste et par propriété.
- Le paradoxe de Russell (ne sera pas demandé lors du test).
- Sous-ensembles. Principe de la double inclusion (avec preuve).
- Ensemble des parties.

3. Opérations sur les ensembles

Symboles et vocabulaire adéquat. Lecture de données, réalisation et interprétation de diagrammes.

- Réunion et intersection, propriétés (associativité, commutativité, etc.). Preuves des propriétés de l'union.
- Différence et complémentaire.
- Représentation avec diagrammes de Venn.
- L'ensemble des parties forme un semi-anneau commutatif (ne sera pas demandé lors du test).

1.2 Les nombres naturels

L'élève utilise des propriétés des nombres et des opérations pour établir des preuves. Importance des parenthèses. Reconnaissance et utilisation de propriétés des nombres naturels : divisibilité, multiples. Critères de divisibilité et diviseurs communs. L'élève sait déterminer le ppmc et le pgdc de deux nombres. Nombres premiers, produits de facteurs, décomposition d'un nombre inférieur à 1000 en produit de facteurs premiers. Critères de divisibilité.

1. Opérations sur les nombres naturels

- Propriétés de l'addition et de la multiplication (sans preuves).
- Définition de la soustraction à partir de l'addition. Propriétés de la soustraction. Savoir faire des preuves de formules impliquant la soustraction.
- Multiples et diviseurs, critères de divisibilité (par 2, 3, 4, 9, 5, 10, 11) avec preuve.
- Définition de la division à partir de la multiplication, propriétés, divisibilité, divisibilité de zéro et divisibilité par zéro. Preuves de formules impliquant la division.
- Multiples, multiples communs, ppmc. Multiples du ppmc avec démonstration.
- Diviseurs, diviseurs communs, pgdc. Diviseurs du pgdc sans démonstration.
- Nombres premiers, décomposition en facteurs premiers (Théorème fondamental), application au calcul du ppmc et du pgdc.

1.3 Les nombres entiers relatifs

Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur. Connaissance et priorité des opérations (y compris parenthèses). Connaissance et utilisation des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations.

1. Définition des entiers et de leurs opérations

- Signe et valeur absolue d'un entier.
- Définition de l'addition et propriétés (sans démonstration), opposé d'un nombre (savoir démontrer qu'une expression algébrique est l'opposé d'une autre expression).
- Définition de la soustraction et soustraction via l'opposé : soustraire c'est additionner l'opposé (avec démonstration). Propriétés avec démonstration.
- Définition de la multiplication et propriétés (sans démonstration). $\mathbb{Z}$ est intègre (sans démonstration).
- Définition de la division (avec démonstration de son unicité). Propriétés de la division. Savoir montrer qu'une expression est le quotient de deux expressions (donc en particulier les propriétés de la division). Divisibilité (voir plus haut).

2. Ecriture des opérations multiples (priorité des opérations)

- Utilisation des parenthèses.
- Simplification d'écriture (savoir différencier les cas et justifier) :
 - Simplification de signes et parenthèses de signe,
 - Simplification de parenthèses superflues (associativité et autres propriétés),
 - simplification de parenthèses nécessaires via des règles de priorités (conventions).
- Savoir simplifier et désimplifier une expression.

Remarque : En plus des compétences mentionnées, le cours Euler attend des élèves qu'ils connaissent leurs définitions (union, intersection, multiple, diviseur, opposé, différence, valeur absolue, entier relatif, etc.) et qu'ils sachent en général présenter une preuve simple sur la base des définitions du cours.