

Série 1

pour le 24 août 2022

Problèmes obligatoires

Exercice 1

Un système d'immatriculation de voitures fonctionne de la manière suivante, dans un État où circulent environ 4 millions de véhicules. Les deux premiers symboles sont deux lettres majuscules différentes de I et de O (pour ne pas les confondre avec des chiffres), suivis de 4 chiffres dont le premier est différent de zéros. Combien y a-t-il de plaques différentes ? Y en a-t-il assez pour tous les véhicules de cet État ?

Exercice 2

Combien peut-on former de nombres à quatre chiffres différents (1002 est donc interdit) strictement inférieurs à 1250 ?

Exercice 3

Au SPORT-TOTO, il faut deviner le résultat de 13 matchs de football (match gagné - match nul - match perdu). Combien de pronostics peut-on faire ?

Exercice 4

Un groupe de 8 personnes se rend au concert en ayant réservé 8 places dans une rangée. Il y a 4 couples et deux sœurs. De combien de manières différentes peuvent-ils s'asseoir si :

- a) aucune restriction n'est mise ;
- b) les deux sœurs aimeraient être assises ensemble ;
- c) chaque couple aimerait rester ensemble ;
- d) chaque homme aimerait s'asseoir à côté de femmes et vice-versa ;
- e) les hommes aimeraient rester ensemble ;
- f) les couples aimeraient rester ensemble et les deux sœurs aussi.

Exercice 5

Voici les paroles d'une chanson enfantine de Cornouailles, très connue en Angleterre :

*As I was going to St. Ives
I met a man with seven wives
Each wife had seven sacks
Each sack had seven cats
Each cat had seven kits :
Kits, cats, sacks and wives
How many were going to St. Ives ?*

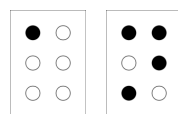
- Combien de chatons le voyageur a-t-il rencontré ?
- Résous l'énigme.
- Combien d'êtres vivants vont et combien ne vont pas à St-Ives ?

Exercice 6

De combien de manières différentes peut-on aligner 5 billes rouges, 2 billes blanches et 3 billes bleues ? Et si on préfère les disposer en cercle ?

Exercice 7

Dans l'alphabet Braille, chaque signe est représenté par 6 points disposés en un tableau de 3 lignes et deux colonnes. Chaque point peut être en relief ou plat. Par exemple, les lettres A et N sont comme ceci :



- Combien de symboles différents existe-t-il en Braille ?
- Sachant que chaque lettre, chaque lettre accentuée de la langue française et chaque symbole de ponctuation n'utilise qu'un signe, est-il logique d'avoir choisi de coder chaque chiffre avec deux signes ?

Exercice 8

Un ascenseur circule dans un immeuble de 8 étages (rez-de-chaussée et étages 1 à 8). Cinq personnes entrent en même temps au rez.

- a) De combien de manières ces gens peuvent-ils choisir les étages auxquels ils aimeraient se rendre ?
- b) Et si un occupant au plus sort à chaque étage ?
- c) Et si au moins une personne se rend au huitième et personne au premier ?

Exercice 9

Tes parents ont chacun un père et une mère. Ce sont tes quatre grands-parents. Ils ont aussi chacun un père et une mère, tes arrière-grands-parents...

Calcule le nombre de tes ancêtres qui vivaient aux alentours de la révolution française (1789, environ 8 générations), qui ont vécu la bataille de Marignan (1515, environ 20 générations), contemporains de Charlemagne (1000, environ 40 générations). Ces résultats sont-ils plausibles ?

Exercice 10

Raymond Queneau publie en 1961 son œuvre de poésie combinatoire "Cent Mille Milliards de Poèmes". L'objet-livre de Queneau offre au lecteur un instrument qui lui permet de combiner des vers de façon à composer des poèmes répondant à la forme classique du sonnet régulier : deux quatrains suivis de deux tercets, soit quatorze vers. Le livre est composé de dix feuilles, chacune séparée en quatorze bandes horizontales, chaque bande portant sur son recto un vers. Le lecteur peut donc, en tournant les bandes horizontales comme des pages, choisir pour chaque vers une des dix versions proposées par Queneau. Les dix versions de chaque vers ont la même scansion et la même rime, ce qui assure que chaque sonnet ainsi assemblé est régulier dans sa forme.

Selon les mots mêmes de Queneau dans sa préface, "Ce petit ouvrage permet à tout un chacun de composer à volonté cent mille milliards de sonnets, tous réguliers bien entendu. C'est somme toute une sorte de machine à fabriquer des poèmes, mais en nombre limité; il est vrai que ce nombre, quoique limité, fournit de la lecture pour près de deux cents millions d'années (en lisant vingt-quatre heures sur vingt-quatre)". Combien de sonnets peut-on vraiment créer avec ce livre ?

Queneau ajoute : "En comptant 45 s pour lire un sonnet et 15 s pour changer les volets à 8 heures par jour, 200 jours par an, on a pour plus d'un million de siècles de lecture, et en lisant toute la journée 365 jours par an, pour 190 258 751 années plus quelques plombs et broquilles (sans tenir compte des années bisextiles et autres détails)". A-t-il raison ?

Exercice 11

Douze personnes se rencontrent et se serrent la main. Combien de poignées de main sont échangées ?
Et s'il s'agit de 6 garçons et 6 filles, que les garçons se serrent la main, les filles se font la bise entre elles, et les garçons font la bise aux filles ?

Exercice 12

Développe $(3x^2 + y)^5$.