

Cours Euler: Série 33

21 mai 2025

Exercice 1

La plus grande aire. Construis un trapèze rectangle $ABCD$ dont les angles droits se trouvent en A et en B tel que $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{BC} = 12$ cm, $\overline{AD} = 8$ cm.

Place ensuite un point P sur le segment $[AB]$ se sorte que $\overline{AP} = 3,5$ cm et construis Q le milieu de $[PC]$. Parmi les quatre triangles $\triangle APD$, $\triangle PBC$, $\triangle DPQ$ et $\triangle DQC$, lequel a la plus grande aire ? (Indication : voir résultats de l'exercice 8, série 31).

Exercice 2

Soit une section (AB, P) . Nommons d la droite AB . Suivant les cas, donne la borne inférieure et supérieure des valeurs possibles du rapport r de (AB, P) (ta réponse sera donc du type $5 < r < 8$, si r est borné inférieurement par 5 et supérieurement par 8 ; $r = -4$, si r ne prend que la valeur -4 ; $-23 \leq r$ si r est supérieur ou égal à -23 , mais pas borné supérieurement, etc.).

- 1) $P = A$
- 2) $P = B$
- 3) P appartient au segment $[AB]$, mais est différent des extrémités. Que se passe-t-il lorsque P se rapproche de A ? Et de B ?
- 4) P appartient à la demi-droite Aa qui ne contient pas B . Que se passe-t-il lorsque P se rapproche de A ? Et lorsqu'il s'en éloigne ?
- 5) P appartient à la demi-droite Ba qui ne contient pas A . Que se passe-t-il lorsque P se rapproche de B ? Et lorsqu'il s'en éloigne ?
- 6) Le rapport de section r ne peut pas valoir 1. Explique pourquoi.

Exercice 3

On se donne six points alignés A, B, C, D, E et F (dans cet ordre) tels que $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2\overline{DE} = \overline{EF}$. Evalue les rapports des sections (AC, E) , (BE, A) , (BF, C) , (FD, B) , (AD, A) , (AE, D) et (DA, C) .

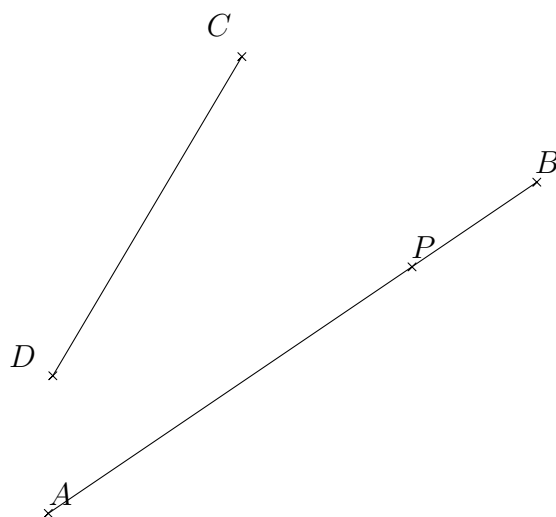
Exercice 4

Construis une section (AB, P) dont le rapport de section vaut :

- 1) $r = \sqrt{5}$
- 2) $r = -\sqrt{2}$ Le segment de longueur $|r|$ doit être construit (ces nombres sont constructibles) !

Exercice 5

Construis sur cette feuille une section (CD, Q) dont le rapport est le même que celui de la section (AB, P) donnée. Indique la marche à suivre, proprement, sur une feuille à part !

**Exercice 6**

Construis sur cette feuille des points P, Q, R, S et T de telle sorte que les rapports de section (AB, P) , (AB, Q) , (AB, R) , (AB, S) et (AB, T) soient respectivement égaux à 2 , 3 , $\frac{1}{4}$, $-\frac{2}{5}$, et -3 . Indique la marche à suivre pour le point R .

A

B

Exercice 7

Construis sur cette feuille un point P de sorte que le rapport de la section (AB, P) soit $-\frac{6}{11}$, puis un autre point Q de sorte que le rapport de la section (AB, Q) soit $\frac{11}{6}$. Justifie ta construction.

$$\underset{\times}{B}$$

$$\underset{\times}{A}$$
Exercice 8

Etant donné un triangle ABC et une parallèle p à BC ne passant pas par A et coupant les droites AB et AC en B' et C' , le théorème de Thalès nous dit que l'on a les rapports de proportionnalité suivants :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}}.$$

Utilise la même méthode que la preuve du Théorème de Thalès (avec le sommet A) pour montrer qu'on a de plus

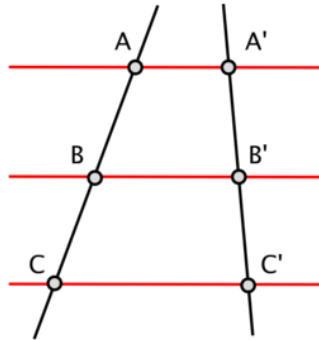
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}.$$

Exercice 9

Explique comment partager un segment donné en sept parties égales. Fais un croquis pour illustrer ta démarche.

Exercice 10

Théorème de Thalès généralisé. Montre que trois droites parallèles a, b et c déterminent deux sections semblables (AB, C) et $(A'B', C')$ sur deux transversales t et t' .



Indication. Trace le segment $[AC']$ sur la figure ci-dessus et utilise le théorème de Thalès.

Exercice 11 (Optionnel)

On tend une corde entre Marin et Yverdon à travers le Lac de Neuchâtel. Sachant qu'il y a 38 kilomètres entre les deux, calcule la profondeur maximale que la corde atteint.

Exercices de révision.

Ces exercices ne seront pas corrigés.

Exercice 12 (Optionnel)

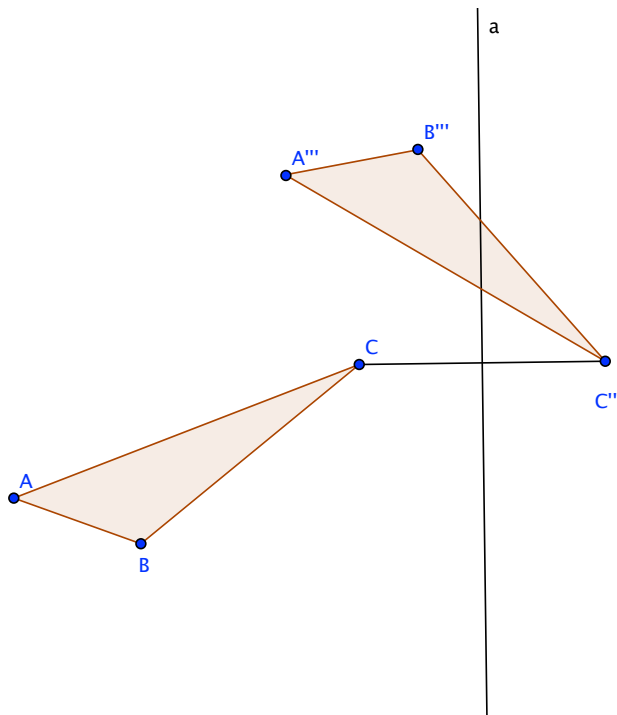
Vrai ou Faux ? Réponds aux questions suivantes en justifiant ta réponse! (Solution à la fin de la série)

- 1) La somme des angles d'un rhomboïde vaut 360° .
- 2) Une isométrie qui est la composition de trois symétries axiales renverse l'orientation.
- 3) Une isométrie qui est la composition de trois symétries axiales n'a pas de point fixe.
- 4) Une isométrie qui est la composition de deux symétries axiales a toujours un point fixe.
- 5) Dans un triangle une médiane passe toujours par l'un des sommets.
- 6) Deux triangles rectangles ayant leur hypoténuses isométriques sont isométriques.
- 7) Deux triangles rectangles ayant leurs cathètes isométriques deux à deux sont isométriques.
- 8) Un trapèze a toujours soit un centre de symétrie, soit un axe de symétrie.
- 9) Un trapèze ayant à la fois un centre de symétrie et un axe de symétrie est un rectangle.
- 10) Un carré est un parallélogramme.
- 11) Il existe des triangles équilatéraux rectangles.
- 12) L'orthocentre d'un triangle est le point d'intersection des trois médianes.
- 13) Dans un triangle un segment moyen mesure les deux-tiers du côté correspondant.

- 14) Tout cerf-volant est inscrit dans un cercle.
- 15) Pour tout cercle il existe un cerf-volant inscrit dans ce cercle.
- 16) Tout cerf-volant inscrit dans un cercle est un rectangle.
- 17) Le centre du cercle circonscrit appartient aux médiatrices du triangles.
- 18) L'angle au centre mesure la moitié de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.
- 19) Un quadrilatère inscrit dans un cercle a toujours deux angles droits.
- 20) Le lieu géométrique des points desquels on voit un segment donné sous un angle compris entre 45° et 90° est constitué de deux lunules.

Exercice 13 (Optionnel)

Test 2014 : Isométries. Sur la figure suivante le triangle $\Delta A'''B'''C'''$ est l'image du triangle ΔABC par une isométrie du plan f .



- 1) Construis visiblement et proprement sur la figure des axes b (et éventuellement c) tels que f s'écrive comme composition $S_b \circ S_a$ (ou éventuellement $S_c \circ S_b \circ S_a$). Construis soigneusement les images A' , B' et C' des points A , B et C par S_a , puis les points A'' , B'' et C'' des points A' , B' et C' par S_b . Explique ici comment tu choisis ces axes.
- 2) L'isométrie f préserve-t-elle l'orientation ou renverse-t-elle l'orientation ? Pourquoi ?
- 3) Démontre, en t'appuyant sur des résultats du cours, que f est un renversement sans point fixe.

Exercice 14 (Optionnel)

Construction. (Test 2014) Construis à la règle et au compas uniquement un angle de 60° , puis, en utilisant cet angle, un parallélogramme dont l'un des angles mesure 60° , un côté mesure 4 cm et l'autre le double.

- 1) Effectue la construction avec tous les traits de construction.
- 2) Donne la marche à suivre de ta construction.
- 3) Calcule la mesure de tous les angles de ce quadrilatère.
- 4) **Bonus** Que mesure la petite hauteur de ce parallélogramme ?