

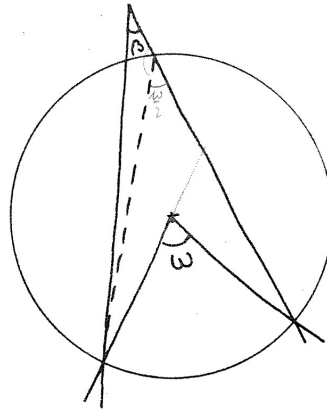
# Cours Euler: Série 31

15 mai 2024

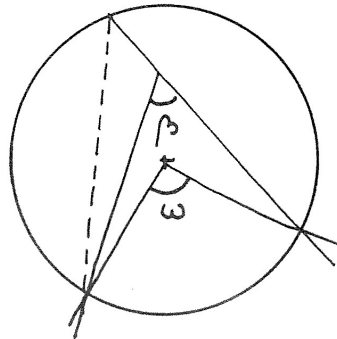
## Exercice 1

Dans la situation proposée par le croquis,

a) Montre que  $\beta < \frac{1}{2} \omega$



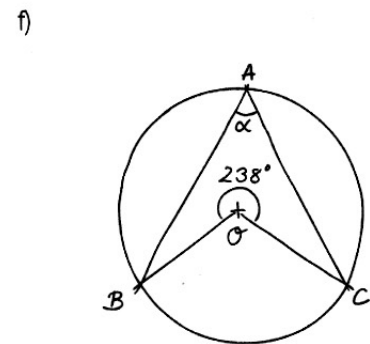
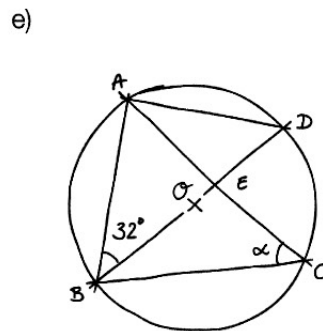
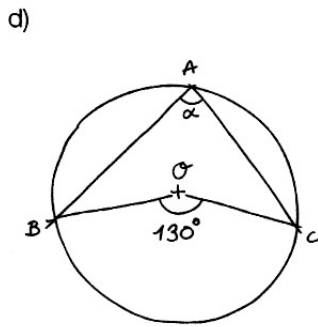
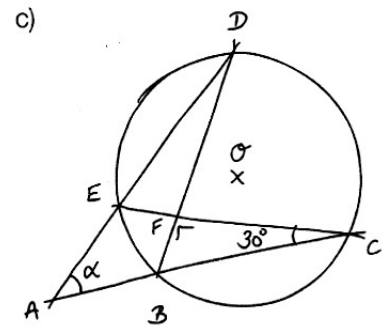
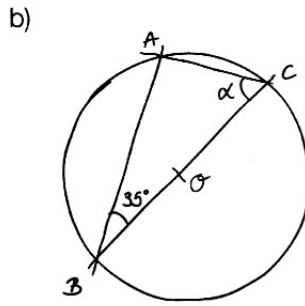
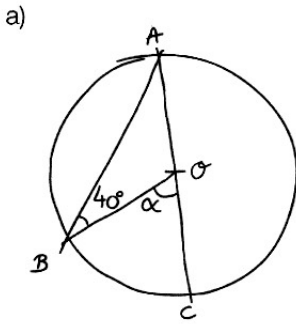
b) Montre que  $\beta > \frac{1}{2} \omega$



c) Utilise ce résultat (même si tu n'as pas réussi à le démontrer) pour terminer la démonstration du théorème de l'arc capable : montre que les deux arcs construits dans le théorème sont les seuls points qui vérifient la condition du lieu géométrique (on a déjà montré qu'ils la vérifient ; il restait à montrer qu'il n'y a pas d'autres points avec cette propriété).

**Exercice 2**

Calcule et justifie, dans chaque cas, la valeur de l'angle  $\alpha$ :



**Exercice 3**

Effectue les constructions suivantes et répond aux questions.

1. Trace un segment  $[XY]$  de 7,3 cm.
2. Construis la médiatrice  $m$  de  $[XY]$ .
3. Trace une demi-droite  $[Xn$  qui fait un angle de  $64^\circ$  avec  $XY$ . Aide-toi de ton rapporteur!
4. Construis la perpendiculaire  $p$  à la demi-droite  $[Xn$  qui passe par  $X$ .
5. Appelle  $O$  le point d'intersection de  $p$  et  $m$ .
6. Trace le cercle  $c(O; [OX])$ ; celui-ci coupe  $m$  en deux points  $K$  et  $L$ .
7. Sur l'arc de cercle  $\widehat{XKY}$  place cinq points  $R, S, T, U$  et  $V$ .
8. Quelles sont les mesures des angles  $\widehat{XRY}, \widehat{XSY}, \widehat{XTY}, \widehat{XUY}$  et  $\widehat{XVY}$ ? Pourquoi?

**Exercice 4**

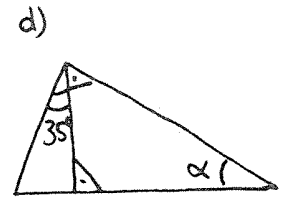
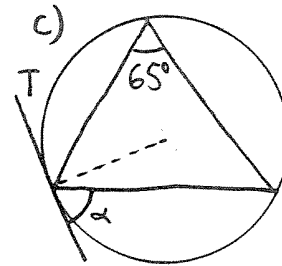
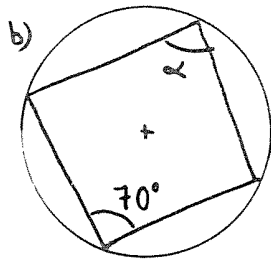
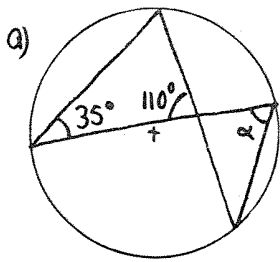
**Cercles de Thalès.**

- 1) On donne un triangle  $\Delta QRS$  rectangle en  $Q$ , ainsi que sa hauteur  $QO$ . Le cercle de Thalès de  $[QO]$  coupe  $[QR]$  en un point  $U$  et  $[QS]$  en  $I$ . Que peut-on dire du quadrilatère  $QUOI$ ?
- 2) Dessine deux cercles sécants de rayons différents. Soient  $A$  et  $B$  les points d'intersection. Trace les diamètres d'extrémité  $A$  de chacun de ces deux cercles. L'autre extrémité s'appelle  $P$  et respectivement  $Q$ . Observe les points  $P, B$  et  $Q$ . Que peux-tu dire? Justifie ton affirmation!

Exercice 5

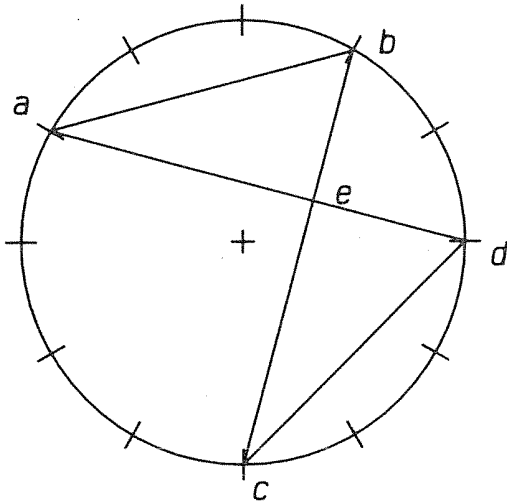
EXERCICE 141

Calcule dans chaque cas la mesure de l'angle  $\alpha$ .



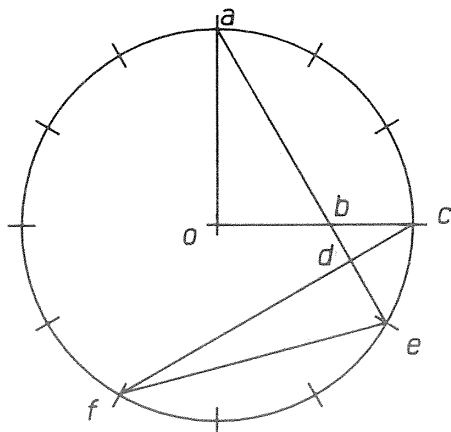
$T$  est une tangente au cercle

EXERCICE 142



Le cercle  $C$  est partagé en douze parties isométriques. Calcule la mesure des angles des triangles  $abe$  et  $edc$ .

EXERCICE 143



Le cercle  $C$  est partagé en douze parties isométriques. Calcule la mesure des angles des triangles  $oab$ ,  $bcd$  et  $def$ .

**Exercice 6****Double arc capable.**

- 1) Trace un triangle  $\triangle OAB$  isocèle en  $O$ . Où faut-il placer le point  $S$  pour que l'angle  $\widehat{ASB}$  mesure la moitié de l'angle  $\widehat{AOB}$ ? Effectue un dessin soigné, à la règle et au compas, de la situation où l'angle en  $O$  vaut  $40^\circ$ .
- 2) Trace un segment  $[AB]$  et un cercle  $c$  de centre  $C$  de telle sorte que  $A$  et  $B$  appartiennent à  $c$  et que l'angle au centre soit égal à  $120^\circ$ . Prolonge  $[BC]$  de sorte qu'il coupe le cercle en un point  $T$ .
  - a) Calcule l'angle  $\widehat{ATB}$ . Justifie!
  - b) Où sont tous les points qui interceptent  $[AB]$  sous le même angle que  $T$ ?
  - c) Sous quel angle voit-on  $[AB]$  depuis un point de  $c$  qui ne se trouve pas du même côté de  $[AB]$  que  $T$ ? Pourquoi?

**Exercice 7**

**Théorème de Pythagore.** Nous revoyons ici une preuve du Théorème de Pythagore. Soit  $\triangle AEH$  un triangle rectangle en  $A$  dont l'hypoténuse mesure  $a$  et les deux cathètes mesurent  $b$  et  $c$ . Le but est de montrer que  $a^2 = b^2 + c^2$ .

- 1) Construis un carré  $ABCD$  de côté  $b + c$ . Chaque côté est partagé en deux segments de longueur  $b$  et  $c$ .
- 2) Si  $E, F, G$  et  $H$  sont les points sur les quatre côtés du carré tels que  $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = b$ , construis les segments  $[EF], [FG], [GH]$  et  $[HE]$ .
- 3) Démontre en utilisant explicitement un cas d'isométrie des triangles que tu as construits quatre triangles isométriques.
- 4) Dédus du point précédent que le quadrilatère  $EFGH$  est un losange.
- 5) Démontre que le quadrilatère  $EFGH$  est un carré de côté  $a$ .
- 6) Calcule l'aire de ce carré et l'aire de chacun des quatre triangles rectangles isométriques.
- 7) Calcule l'aire du carré de côté  $b + c$ . Compare cette aire avec les aires calculées précédemment et conclus que  $a^2 = b^2 + c^2$ .

**Exercice 8**

Où doit-on placer un point  $M$  sur le côté  $[BC]$  d'un triangle  $\triangle ABC$  de sorte que les périmètres des deux triangles  $\triangle AMB$  et  $\triangle AMC$  soient égaux? On rappelle que le périmètre d'un triangle est la somme des mesures des trois côtés. Et si l'on souhaite que les aires soient égales? Pour répondre il sera utile de savoir que l'aire d'un triangle est égale à « la moitié de la base fois la hauteur ».

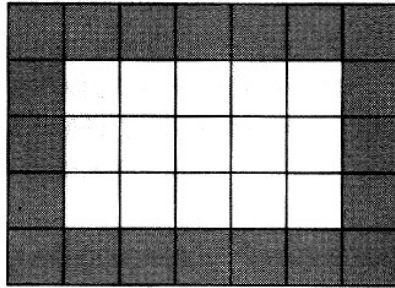
## Exercice 9

## 214. Le marchand de tapis

Jean-Marie est marchand de tapis. Il aimerait créer un modèle qui ait autant de carrés gris touchant le bord que de carrés blancs à l'intérieur.

Son apprenti Maurice lui a proposé ce modèle qui, malheureusement, ne convient pas, car il a 15 carrés blancs intérieurs et 20 carrés gris sur la bordure.

Jean-Marie parviendra-t-il à créer des tapis à son idée ?



## Exercice 10 (Optionnel)

## 219. Mini

Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .

On projette orthogonalement un point  $M$  du segment  $BC$  sur les côtés  $AB$  et  $AC$ , respectivement en  $I$  et  $J$ .

Où faut-il placer  $M$  pour que le segment  $IJ$  soit minimal ?

