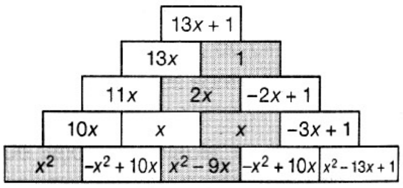
Cours Euler: Corrigé 19

21 janvier 2026

Exercice 1

Par exemple, dans le premier mur (où la somme des valeurs qui figurent sur deux briques inférieures juxtaposées est égale à celle qui est dans la brique qui les chevauche), la recherche d'une expression associée à l'une des deux briques « centrales » de la base peut être envisagée de différentes manières :

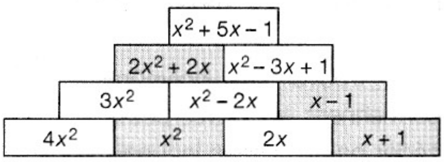
- par une addition lacunaire $x^2 - 9x + \ldots = x$ qui conduit au polynôme $-x^2 + 10x$;
- par une soustraction $x - (x^2 - 9x)$ dont la solution est le même polynôme ;
- par la réduction du polynôme $x - (x^2 - 9x)$ qui devient, successivement : $x - x^2 + 9x$
  $-x^2 + 10x$.



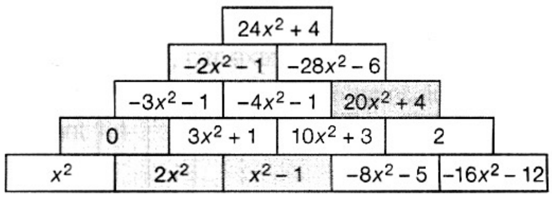
Par exemple, la valeur $2x$ étant obtenue pour la brique inférieure de droite, la vérification de l'adéquation de ce résultat s'obtient par l'opération $2x - (x + 1)$. Avec une certaine expérience, ce piège « classique » est évité par l'usage de la technique qui consiste à changer tous les signes des nombres figurant à l'intérieur de la parenthèse. Mais ce « truc » doit avoir été justifié au moins une fois et clairement explicité, si l'on entend que les élèves puissent retrouver la procédure correcte, en cas de doute. Soustraire un nombre revient à additionner son opposé (voir l'activité **47. Pour soustraire** du domaine *Nombres et opérations*).

Cette justification, d'un point de vue formel, est la suivante : l'opération $2x - (x + 1)$ devient $2x + [-(x + 1)]$, qui ne signifie rien d'autre que : $2x + [-1 \cdot (x + 1)]$.

L'écriture mathématique $-1 \cdot (x + 1)$ fait appel à la distributivité de la multiplication sur l'addition et correspond à $-x - 1$. Finalement,
$2x - (x + 1) = 2x - x - 1 = x - 1$.



La recherche des valeurs relatives au troisième mur procède des mêmes démarches avec, en plus, une composante multiplicative liée au premier terme de la soustraction qui est le double de la valeur affichée sur la brique en jeu.



Exercice 2

1) Les expressions πx^2, $x^3 + x^2 + x + 1$, $\dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{2}$ sont des polynômes, alors que $\dfrac{4}{x}$ n'en est pas un (on ne peut pas diviser par l'indéterminée x), $\sqrt[4]{x}$ non plus car on ne peut prendre de racines n-ème de l'indéterminée, et enfin $2^x + 2$ car cette expression *exponentielle* n'est pas polynomiale.

2) a) $f = g$ si et seulement si $ax^2 + bx + c = 5x + 2$ si et seulement si $a = 0$, $b = 5$ et $c = 2$.

b) $f = g + h$ si et seulement si $ax^2 + bx + c = 9x^2 + 5x - 3$

si et seulement si $a = 9$, $b = 5$ et $c = -3$.

c) $f = g^2$ si et seulement si $ax^2 + bx + c = (5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$

si et seulement si $a = 25$, $b = 20$ et $c = 4$.

d) $bx + c = h$ si et seulement si a est un nombre réel quelconque, $b = 0$, $c = -5$ et $9 = 0$.

Mais $9 = 0$ n'est pas possible, donc pour tout nombre a, b et c, le polynôme $bx + c$ est toujours différent de h.

3) Il faut bien sûr développer la première expression pour pouvoir comparer les deux polynômes. Pour cela on utilise la distributivité et on assemble les termes semblables dès que possible pour simplifier l'écriture. Je choisis de d'abord calculer le produit des deux premiers polynômes :

$$(x - 1)(x + a)(x + 1) = (x^2 - x + ax - a)(x + 1) = (x^2 + (a - 1)x - a)(x + 1)$$

et on continue

$$= x^3 + (a - 1)x^2 - ax + x^2 + (a - 1)x - a = x^3 + ax^2 - x - a$$

Deux polynômes écrits sous forme réduite sont égaux si et seulement s'ils sont composés de monômes égaux. Ainsi, pour que $x^3 + ax^2 - x - a$ et $x^3 + 2x^2 + bx + c$ soient égaux il faut que $x^3 = x^3$, $ax^2 = 2x^2$, $-x = bx$ et $-a = c$. Par conséquent $a = 2$, $b = -1$ et $c = -2$.

4) a) $f = g$ si et seulement si $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ry + s = 9xy - 6x^2 + 5$

si et seulement si $a = -6$, $b = 0$, $c = 9$, $d = 0$, $r = 0$ et $s = 5$.

b) $f = g + h$ si et seulement si $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ry + s = 9xy - 6x^2 + 5 - 7x - 5y$

si et seulement si $a = -6$, $b = 0$, $c = 9$, $d = -7$, $r = -5$ et $s = 5$.

c) $f = h^2$ si et seulement si $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ry + s = (-7x - 5y)^2 = 49x^2 + 70xy + 25y^2$

si et seulement si $a = 49$, $b = 25$, $c = 70$ et $d = r = s = 0$.

d) $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ry = g$ si et seulement si $a = -6$, $b = 0$, $c = 9$, $d = 0$, $r = 0$ et $0 = 5$.

Mais $0 = 5$ n'est pas possible, donc pour tout nombre a, b, c, d et r, le polynôme $x^2 + by^2 + cxy + dx + ry$ n'est jamais égal à g.

Exercice 3

Partie A

(1) $a(ab) = a^2b$

(2) $2xy(3xy) = 6x^2y^2$

(3) $-2v \cdot 5v = -10v^2$

(4) $6m \cdot 6mn = 36m^2n$

(5) $\dfrac{c}{2} \cdot 20c = 10c^2$

(6) $-y \cdot y \cdot (-y) = y^3$

(7) $(-r)(-t)(-4) = -4rt$

(8) $(6c)^2 = 36c^2$

(9) $(2a^2)^3 = 8a^6$

(10) $(4 \cdot 4)(5 \cdot 5) = 400$

(11) $x + 8z = x + 8z$

(12) $4m + 3m - 2m = 5m$

(13) $8y - 8y = 0$

(14) $1{,}5z + 3z + 4{,}5z = 9z$

(15) $3x + 4 + x - 5 = 4x - 1$

Partie B Pour les quatre monômes $A = 3x^2$, $B = -\frac{x}{3}$, $C = 12$ et $D = 12x^3$, on calcule les expressions

1. $AB = -x^3$
2. $A + B = 3x^2 - \frac{x}{3}$
3. $D - 4A = 12x^3 - 12x^2$
4. $AC + B^2 = 36x^2 + \frac{x^2}{9} = \frac{325}{9}x^2$
5. $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2 = 9x^4 - \frac{x^2}{9}$
6. $CD - AB = 144x^3 + x^3 = 145x^3$

Exercice 4

Partie A

(1) $y^3 3^{-4} x^5 3a^5 y^4 y^3 = 3^{-4} \cdot 3 \cdot a^5 \cdot x^5 \cdot y^3 y^4 y^3 = 3^{-3} a^5 x^5 y^{10}$
Le degré de ce polynôme est 15. C'est la somme des puissances des facteurs en x et y.

(2) $(a^2b^3)^{-5}(5b^3)^2 = 25a^{-10}b^{-15}b^6 = 25a^{-10}b^{-9}$
C'est un polynôme de degré 0.

(3) $3(x^2y^6)(y^3x)y^5 = 3x^2xy^6y^3y^5 = 3x^3y^{14}$
Le degré de ce polynôme est 17.

(4) $[(a^{\frac{1}{2}}x^2)(3a^2x)]^2 = [3a^2a^{\frac{1}{2}}x^3]^2 = 9a^4(a^{\frac{1}{2}})^2x^6 = 9a^4ax^6 = 9a^5x^6$
Le degré de ce polynôme est 6.

(5) $3a^2(4x)(a^0)^2 = 3a^24x \cdot 1^2 = 12a^2x$
Le degré de ce polynôme est 1.

Partie B

1. $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. C'est un polynôme de degré 2.
2. $(2x - 5)^2 = 4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 25 = 4x^2 - 20x + 25$. C'est un polynôme de degré 2.
3. $(3 - x) \cdot (3 + x) = 9 - x^2 = -x^2 + 9$. C'est un polynôme de degré 2.
4. $(x + 1)^3 = (x^2 + 2x + 1)(x + 1) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$. C'est un polynôme de degré 3.
5. $(2x - 3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$. C'est un polynôme de degré 2.
6. $4x \cdot (x + 2)^2 = 4x \cdot (x^2 + 4x + 4) = 4x^3 + 16x^2 + 16x$. C'est un polynôme de degré 3.

Partie C

1. $(x + 2) \cdot (x + 5) = x^2 + 2x + 5x + 10 = 10 + 7x + x^2$. C'est un polynôme de degré 2.
2. $(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$. C'est un polynôme de degré 2.
3. $2x \cdot (y - 3) \cdot (y + 2) = 2x \cdot (y^2 - 3y + 2y - 6) = 2x \cdot (y^2 - y - 6) = -12x - 2xy + 2xy^2$. C'est un polynôme de degré 3.
4. $-5 \cdot (x^2 + x + 2) = -10 - 5x - 5x^2$. C'est un polynôme de degré 2.
5.

$$\begin{aligned}(2x + 1) \cdot (x + 5) \cdot (-x - 2) &= (2x^2 + 10x + x + 5) \cdot (-x - 2) \\ &= (2x^2 + 11x + 5) \cdot (-x - 2) \\ &= -2x^3 - 4x^2 - 11x^2 - 22x - 5x - 10 \\ &= -10 - 27x - 15x^2 - 2x^3\end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 3.

6. $(x+y)\cdot(x+y+z) = x^2+xy+xz+yx+y^2+yz = x^2+y^2+2xy+yz+xz$. C'est un polynôme de degré 2.
7. $(x^2+y^2)\cdot(x+y)\cdot(x-y) = (x^2+y^2)\cdot(x^2-y^2) = -y^4+x^4$. C'est un polynôme de degré 4.
8. $-5x\cdot(x-2)^2\cdot x^2 = -5x\cdot(x^2-4x+4)\cdot x^2 = -5x^3\cdot(x^2-4x+4) = -20x^3+20x^4-5x^5$. C'est un polynôme de degré 5.
9. $(x+y+z)^2 = (x+y+z)\cdot(x+y+z) = x^2+xy+xz+yx+y^2+yz+zx+zy+z^2 = 2xy+2yz+2xz+z^2+y^2+x^2$. C'est un polynôme de degré 2.
10. $(x+y-z)^2 = (x+y-z)\cdot(x+y-z) = x^2+xy-xz+yx+y^2-yz-zx-zy+z^2 = 2xy-2zx-2yz+z^2+y^2+x^2$. C'est un polynôme de degré 2.

Exercice 5

Partie A

(a) $x+(5x-3) \overset{a}{=} (x+5x)-3 \overset{d}{=} (1+5)x-3 = 6x-3$

(b) $x\cdot(ax) \overset{a}{=} x\cdot a\cdot x \overset{c}{=} a\cdot x\cdot x = ax^2$

(c) $-x-(-x-x) \overset{d}{=} -x+x+x \overset{d}{=} (-1+1+1)x = 1\cdot x = x$

(d) $25\cdot\{9x\cdot[-2x\cdot(x\cdot 2)]\} \overset{a}{=} 25\cdot 9x\cdot(-2)\cdot x\cdot x\cdot 2 \overset{c}{=} 25\cdot 9\cdot(-2)\cdot 2\cdot x\cdot x\cdot x = -900x^3$

(e) $(x+2y-3)\cdot x-2x^2+3x \overset{d}{=} x^2+2xy-3x-2x^2+3x \overset{c}{=} x^2-2x^2-3x+3x-2xy = -x^2+2xy$

Partie B

1. $25\cdot(-x)\cdot(2yx)\cdot(-3)\cdot[y^2\cdot(-x)] \overset{a}{=} 25\cdot(-x)\cdot 2\cdot x\cdot y\cdot(-3)\cdot y^2\cdot(-x) \overset{c}{=} -150x^3y^3$
2. $-(2x-5y+2)+5x^2-7\cdot(x+2y) \overset{d}{=} -2x+5y-2+5x^2-7x-14y \overset{c}{=} -2x-7x+5y-14y-2+5x^2 \overset{d}{=} -9x-9y-2+5x^2$

Exercice 6

Partie A

1. $2x+3y-5x+8-6y = -3x-3y+8$
   C'est un polynôme de degré 1. Les termes sont : $-3x$, $-3y$ et 8.
2. $19-2x^2+3x-20+2x^2-6x+3x^3 = 3x^3-3x-1$
   C'est un polynôme de degré 3. Les termes sont : $3x^3$, $-3x$ et -1.
3. $y-x-x^2-y^2+3y-5x+xy = xy-x^2-y^2-6x+4y$
   C'est un polynôme de degré 2. Les termes sont : $-x^2$, $-y^2$, $-6x$, $4y$, et xy.
4. $ab+a^2-2b+3ba+4a^2b-2a^2 = 4a^2b-a^2+4ab-2b$
   C'est un polynôme de degré 3. Les termes sont : $4a^2b$, $-a^2$, $4ab$ et $-2b$.

Partie B

1.

$$\begin{aligned} 2y^2+3x-5x-8y+7xy-x^2y+8x\cdot 5y &= -x^2y+47xy+2y^2-2x-8y && \text{Ordonné} \\ &= 2y^2-x^2y+47xy-8y-2x && \text{Ordonné par rapport à } y \\ &= -x^2y+47yx-2x+2y^2-8y && \text{Ordonné par rapport à } x \end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 3.

2.

$$\begin{aligned}(3x)^2 - 5yx + 6x^2 - (5x)\cdot(3y) + 2y^2x &= 2y^2x - 20xy + 15x^2 && \text{Ordonné}\\ &= 2y^2x - 20xy + 15x^2 && \text{Ordonné par rapport à } y\\ &= 15x^2 + 2y^2x - 20yx && \text{Ordonné par rapport à } x\end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 3.

3.

$$\begin{aligned}2a^2b - (ab)^2 - 5ab^2 + 2a^2\cdot 3b^2 &= 5a^2b^2 - 5ab^2 + 2a^2b && \text{Ordonné}\\ &= 5b^2a^2 + 2ba^2 - 5b^2a && \text{Ordonnée par rapport à } a\\ &= 5a^2b^2 - 5ab^2 + 2a^2b && \text{Ordonnée par rapport à } b\end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 4.

4.

$$(z^2x)(2x) - (3zx)^2 + (6x^2)\cdot z^2 = 2x^2z^2 - 9x^2z^2 + 6x^2z^2 = -x^2z^2$$

Cette expression est déjà ordonnée en même temps par rapport à x et z. C'est un polynôme de degré 4.

5.

$$\begin{aligned}ab^2c + 4cb^2a - (2b)\cdot a\cdot 5c\cdot b + 6a^2bc - abc &= ab^2c + 4ab^2c - 10ab^2c + 6a^2bc - abc\\ &= -5ab^2c + 6a^2bc - abc && \text{Ordonné}\\ &= 6a^2bc - 5b^2ca - bca && \text{Ordonnée par rapport à } a\\ &= -5acb^2 + 6a^2cb - acb && \text{Ordonnée par rapport à } b\\ &= 6a^2bc - 5ab^2c - abc && \text{Ordonnée par rapport à } c\end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 4.

Partie C

$(x+y^2z)xyz(2x-2zx) + 2(x^2y^3z^3 - x^2yz) = (x^2yz + xy^3z^2)(2x-2zx) + 2x^2y^3z^3 - 2x^2yz$

$= 2x^3yz + 2x^2y^3z^2 - 2x^3yz^2 - 2x^2y^3z^3 + 2x^2y^3z^3 - 2x^2yz = 2x^3yz + 2x^2y^3z^2 - 2x^3yz^2 - 2x^2yz$

Sous forme réduite ce polynôme est cnstitué de quatre terme. Celui du plus haut degré est $2x^2y^3z^2$ dont le coefficient est 2 et le degré 7. Le degré du polyôme est donc 7.

Exercice 7

1. $(x^2+2x-5)-(3x-6+3x^2) = x^2+2x-5-3x+6-3x^2 = -2x^2-x+1$ C'est un polynôme de degré 2.
2. $(y-5+y^2)-(8+y^2+y) = y-5+y^2-8-y^2-y = -13$ C'est un polynôme de degré 0.
3. $-(z^2+(3z)^2-2.4z+b+\pi z) = -z^2-9z^2+2.4z-b-\pi z = -10z^2+(2.4-\pi)z-b$ C'est un polynôme de degré 2.
4. $z^3-(z^4-(ya)^2+3\cdot(z+y^2)) = z^3-z^4+a^2y^2-3z-3y^2 = -z^4+z^3+(a^2-3)y^2-3z$ C'est un polynôme de degré 4.
5. $y+2xy-\frac{4}{7}(5x-\frac{3}{27})-(x+2.\overline{5}) = y+2xy-\frac{20}{7}x+\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{9}-\frac{7}{7}x-2.\overline{5} = 2xy+y-\frac{27}{7}x+\frac{4}{63}-2.\overline{5}$ C'est un polynôme de degré 2.

Exercice 8

Exercice 2.2.7

1) La formule pour f est
$$f(n) = n+1.$$
$f(1)=2,\ f(8)=9,\ f(16)=17,\ f(35)=36,\ f(100)=101$

2)
$$f(n) = 3n$$
$f(1)=3\cdot 1=3,\ f(8)=3\cdot 8=24,\ f(16)=3\cdot 16=48,\ f(35)=3\cdot 35=105,\ f(100)=3\cdot 100=300$

3)
$$f(n) = 2n-1$$
$f(1)=1,\ f(8)=2\cdot 8-1=15,\ f(16)=2\cdot 16-1=31,\ f(35)=2\cdot 35-1=69,\ f(100)=2\cdot 100-1=199$

4) $f(1)=1=1^2,\ f(8)=4=2^2,\ f(16)=16=4^2,\ f(35)=25=5^2,\ f(100)=100=10^2$

5)
$$f(n) = \mathrm{ppcm}(n,20)$$
$f(1)=\mathrm{ppcm}(1,20)=20,\ f(8)=\mathrm{ppcm}(8,20)=40,\ f(16)=\mathrm{ppcm}(16,20)=80,\ f(35)=\mathrm{ppcm}(35,20)=140,\ f(100)=\mathrm{ppcm}(100,20)=100$

6) $f(1)=1,\ f(8)=1,\ f(16)=2,\ f(35)=2,\ f(100)=3.$

7)
$$f(n) = \min\{m\in\mathbb{N} | m\geq n,\ \text{il existe } k \text{ tel que } m=7k\}$$
$f(1)=7,\ f(8)=14,\ f(16)=21,\ f(35)=35,\ f(100)=105$

Exercice 2.2.8

1)
$$f(n) = n^2$$
$f(1)=1,\ f(8)=8^2=64,\ f(20)=20^2=400,\ f(63)=63^2=3969,\ f(100)=100^2=10000$

2) $f(1) = 1$, $f(8) = 1$, $f(20) = 6$, $f(63) = 0$, $f(100) = 2$

3) Pour trouver $f(n)$, il faut trouver tous les diviseurs de n, puis les compter.
   $f(1) = 1$, $f(8)$: Ici, 1, 2, 4 et 8 sont tous les diviseurs de 8. Donc $f(8) = 4$.
   $f(20)$: les diviseurs de 20 sont 1, 2, 4, 5, 10 et 20. Donc $f(20) = 6$.
   $f(63)$: les diviseurs de 63 sont 1, 3, 7, 9, 21 et 63. Donc $f(63) = 6$.
   $f(100)$: les diviseurs de 100 sont 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 et 100. Donc $f(100) = 9$.

4)
$$f(n) = \mathrm{pgcd}(60, n)$$
   $f(1) = 1$, $f(8) = 4$, $f(20) = 20$, $f(63) = 3$, $f(100) = 20$

5) $f(1) = 2$ (1 n'est pas un nombre premier), $f(8) = 11$, $f(20) = 23$, $f(63) = 67$, $f(100) = 101$.

6) Pour trouver $f(n)$, il faut lister tous les multiples de n inférieurs à 100, puis tous les compter.
   $f(1)$: tous les nombres entiers naturels inférieurs à 100 sont multiples de 1. Donc $f(n) = 99$.
   $f(8)$: les multiples de 8 inférieurs à 100 sont 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88 et 96. Donc $f(8) = 12$.
   $f(20)$: les multiples de 20 inférieurs à 20 sont 20, 40, 60 et 80. Autrement dit : $f(20) = 4$.
   $f(63)$: le seul multiple de 63 inférieur à 63 est 63. Donc $f(63) = 1$.
   $f(100)$: il n'y a pas de multiple de 100 inférieur à 100. Donc $f(100) = 0$.

7) Pour trouver $f(n)$, on liste tous les nombres premiers qui lui sont inférieurs, puis on les compte.
   $f(1)$: Il n'y a pas de premiers inférieurs à 1. Donc $f(1) = 0$.
   $f(8)$: Les premiers inférieurs à 8 sont 2, 3, 5 et 7. Donc $f(8) = 4$.
   $f(20)$: Les premiers inférieurs à 20 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 et 19. Donc $f(20) = 8$.
   $f(63)$: Les premiers inférieurs à 63 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59 et 61. Il y en a 18, donc $f(63) = 18$.
   $f(100)$: Les premiers inférieurs à 100 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97. Il y en a 25, donc $f(100) = 25$.

Exercice 9

1) On note (pour simplifier les notations usuelles) une fonction $f : E \longrightarrow F$ par
$$(a, b, c) \mapsto (g, g, h)$$
   ce qui signifie $f(a) = g$, $f(b) = g$ et $f(c) = h$. Toutes les fonctions de E dans F sont les suivantes :
$$\begin{array}{cccc} (a,b,c) \mapsto (g,g,g) & (a,b,c) \mapsto (g,g,h) & (a,b,c) \mapsto (g,h,g) & (a,b,c) \mapsto (h,h,g) \\ (a,b,c) \mapsto (g,h,h) & (a,b,c) \mapsto (h,g,g) & (a,b,c) \mapsto (h,g,h) & (a,b,c) \mapsto (h,h,h) \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{ccc} (a,b) \mapsto (g,g) & (a,b) \mapsto (g,h) & (a,b) \mapsto (g,i) \\ (a,b) \mapsto (h,g) & (a,b) \mapsto (h,h) & (a,b) \mapsto (h,i) \\ (a,b) \mapsto (i,g) & (a,b) \mapsto (i,h) & (a,b) \mapsto (i,i) \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{cc} (a,b) \mapsto (g,g) & (a,b) \mapsto (g,h) \\ (a,b) \mapsto (h,g) & (a,b) \mapsto (h,h) \end{array}$$

Avant de passer à la suite, donnons une méthode pour calculer le nombre de fonctions d'un ensemble fini A vers un ensemble fini B en montrons l'énoncé suivant :

Soit n la cardinalité de A (ie le nombre d'éléments de A) et m la cardinalité de B. Alors le nombre de fonctions de A dans B est m^n.

Preuve : (une preuve vraiment rigoureuse se ferait par récurrence, mais le raisonnement qui suit devrait être suffisamment convaincant). Choisissons un ordre sur les éléments de A : $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Pour a_1, il y a m d'image $f(a_1)$ parmi les m éléments de l'ensemble B. Pour chacun de ces choix, il y a maintenant m choix possibles d'image pour $f(a_2)$. Il y a donc $m \cdot m = m^2$ choix possibles d'images de a_1 et a_2. On continue le processus jusqu'à l'élément a_n, de sorte qu'il y m^n choix possibles pour les images de $a_1, \ldots, a_n$, ce qui détermine entièrement une fonction de A dans B.

4) La cardinalité de E est 6, celle de F est 2. Donc le nombre de fonctions de E dans F est $2^6 = 64$.

5) La cardinalité de E est 3, celle de F est 4. Donc le nombre de fonctions de E dans F est $4^3 = 64$.

6) La cardinalité de E est 2, celle de F est 6. Donc le nombre de fonctions de E dans F est $6^2 = 36$.