Cours Euler: Corrigé 18

24 janvier 2024

Exercice 1

13.

1) $\sqrt{81} = 9$
2) $\sqrt[3]{27} = 3$
3) $\sqrt[3]{-125} = -5$
4) $-\sqrt[3]{8} = -2$
5) $\sqrt[4]{16^2} = \sqrt[4]{4^4} = 4$
6) $\sqrt[3]{8^{-1}} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^{-1} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$
7) $\sqrt[6]{4^{-9}} = \left(\sqrt[6]{4^9}\right)^{-1} = \left(\sqrt[2]{4^3}\right)^{-1} = \left(\sqrt[2]{2^6}\right)^{-1} = \left(2^3\right)^{-1} = \frac{1}{8}$
8) $\sqrt[3]{-2^6} = -\sqrt[3]{2^6} = -2^2 = -4$

14.

1) $\sqrt[3]{-65} = -4,02$
2) $\sqrt[3]{\pi} = 1,46$
3) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = 1,31$
4) $\sqrt[3]{\sqrt{456}} = 2,77$
5) $\sqrt[3]{1-\sqrt{3}} = -0,90$
6) $\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}-1}} = 1,34$

15.

1) $\sqrt[3]{9}\sqrt[3]{3^7} = \sqrt[3]{9 \cdot 3^7} = \sqrt[3]{27 \cdot 3^6} = 3 \cdot 3^2 = 27$
2) $\sqrt[3]{16}\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{16 \cdot 32} = \sqrt[3]{4^2 \cdot 4 \cdot 8} = \sqrt[3]{4^3 \cdot 2^3} = 4 \cdot 2 = 8$
3) $\sqrt[3]{a^4}\sqrt[3]{a^5} = \sqrt[3]{a^4a^5} = \sqrt[3]{a^9} = a^3$
4) $\frac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{2^4}{2}} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

16.

1) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\left(\sqrt[3]{2}\right)^2}{\sqrt[3]{2}\left(\sqrt[3]{2}\right)^2} = \frac{\left(\sqrt[3]{2}\right)^2}{2}$
2) $\frac{1}{\sqrt[3]{25}} = \frac{\left(\sqrt[3]{25}\right)^2}{\sqrt[3]{25}\left(\sqrt[3]{25}\right)^2} = \frac{\left(\sqrt[3]{25}\right)^2}{25}$
3) $\frac{1}{\sqrt[5]{4}} = \frac{\left(\sqrt[5]{4}\right)^4}{\sqrt[5]{4}\left(\sqrt[5]{4}\right)^4} = \frac{\left(\sqrt[5]{4}\right)^4}{4}$
4) $\frac{1}{\sqrt[4]{27}} = \frac{\left(\sqrt[4]{27}\right)^3}{\sqrt[4]{27}\left(\sqrt[4]{27}\right)^3} = \frac{\left(\sqrt[4]{27}\right)^3}{27}$
5) $\frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{5}\left(\sqrt[3]{2}\right)^2}{\sqrt[3]{2}\left(\sqrt[3]{2}\right)^2} = \frac{\sqrt[3]{5}\left(\sqrt[3]{2}\right)^2}{2}$
6) $\frac{\sqrt[3]{72}}{\sqrt[3]{9}} = \sqrt[3]{8} = 2$

17.

Ici on utilise les formules $(a+b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3ba^2 + b^3$ et $\sqrt[n]{x^m} = (\sqrt[n]{x})^m$ où x est un nombre positif, $n \in \mathbb{N}_0$ et $m \in \mathbb{N}$.

1) $(\sqrt[3]{2})^2 = \sqrt[3]{4}$ et $(\sqrt[3]{2})^3 = 2$
2) $\left(\sqrt[3]{\frac{5}{4}}\right)^2 = \sqrt[3]{\frac{25}{16}}$ et $\left(\sqrt[3]{\frac{5}{4}}\right)^3 = \frac{5}{4}$
3) $(\sqrt[3]{3}+1)^2 = \sqrt[3]{9} + 2\sqrt[3]{3} + 1$
   $(\sqrt[3]{3}+1)^3 = 3+3\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{9}+1 = 4+3\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{9}$
4) $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^2 = \sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$
   $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^3 = 3 + 3\sqrt[3]{3 \cdot 4} - 3\sqrt[3]{9 \cdot 2} - 2 = 1 + 3\sqrt[3]{12} - 3\sqrt[3]{18}$

18.

1) $\sqrt{\sqrt{a^2}} = \sqrt{|a|}$ existe toujours.
2) $\sqrt[3]{\sqrt{b^2}} = \sqrt[3]{|b|}$ existe toujours.
3) $\sqrt{\sqrt[3]{b^2}} = \sqrt[3]{\sqrt{b^2}} = \sqrt[3]{|b|}$ existe toujours.
4) $\sqrt{\sqrt[3]{-a^2}} = \sqrt{-\sqrt[3]{a^2}} = \sqrt{-\left(\sqrt[3]{a}\right)^2}$ existe seulement pour $a = 0$.

19.

1) $\sqrt[3]{4}\sqrt{2}$ est déjà sous sa forme la plus simple.

2) $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt[4]{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}(\sqrt[4]{3})^3}{\sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{3})^3} = \dfrac{3\sqrt{3}\sqrt[4]{27}}{3} = \sqrt{3}\sqrt[4]{27} = 3\sqrt[4]{3}$

Exercice 2 (Optionnel)

$1^{\text{ière}}$ **série**

1) $\sqrt[3]{7} = 7^{\frac{1}{3}} \approx 1.913$

2) $\sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5]{8} = 8^{\frac{1}{5}} \approx 1.516$

3) $\sqrt[7]{-3^2} = \sqrt[7]{-9} = (-9)^{\frac{1}{7}} \approx -1.369$

4) $\sqrt[7]{(-3)^2} = \sqrt[7]{9} = 9^{\frac{1}{7}} \approx 1.369$

5) $\sqrt[6]{\frac{1}{3}} = \sqrt[6]{3^{-1}} = 3^{-\frac{1}{6}} \approx 0.833$

6) $\sqrt[7]{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \left(\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{7}} = (2^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{7}} = 2^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{7}} = 2^{-\frac{1}{14}} \approx 0.952$

$2^{\text{ième}}$ **série**

1) $(2+\frac{1}{7})^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{14+1}{7}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{15}{7}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1.464$

2) $3^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4}} - \frac{\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}} = 3^{\frac{1}{4}} - \frac{2^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}} = 3^{\frac{1}{4}} - \frac{2^{\frac{1}{6}}}{3^{\frac{1}{3}}} \approx 0.538$

3) $\sqrt{(2+3)^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{5^{\frac{1}{3}}} = \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{6}} \approx 1.308$

4) $\sqrt{2^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}} = \left(2^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1.644$

$3^{\text{ième}}$ **série**

1) $a + b\sqrt[3]{c} \approx -1.227$

2) $(a+b)\,\sqrt[3]{c} \approx -1.763$

3) $(a+b)^{\frac{1}{2}}\,c^{\frac{1}{3}} \approx -1.241$

4) $\left[(a+b)\cdot c^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}}$ = nan (« not accepted number ») ceci signifie qu'on demande à la calculatrice de calculer une valeur qui n'existe pas (par exemple $\sqrt{-2}$). Ici $(a+b)\cdot c^{\frac{1}{3}}$ est un nombre négatif. La calculatrice peut aussi afficher "error" à la place de "nan".

5) $\sqrt{a + b^{\frac{1}{2}}} \approx 1.266$

6) $\left(\sqrt{a+b}\right)^4 \approx 4.071$

7) $(a+b+c)^{\frac{1}{2}} \approx 1.162$

8) $\left(\frac{a}{b+c}\right)^{-\frac{2}{3}} \approx 2.405$

Exercice 3

Partie A.

(a) $3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}} = 3^{\frac{4}{2}} = 3^2 = 9$

(b) $7^{\frac{5}{2}} \cdot 7^{-\frac{3}{2}} = 7^{\frac{5}{2}-\frac{3}{2}} = 7^{\frac{2}{2}} = 7^1 = 7$

(c) $6^{\frac{1}{4}} \cdot 6^{\frac{1}{2}} \cdot 6^{-\frac{3}{4}} = 6^{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}} = 6^{\frac{1+2-3}{4}} = 6^0 = 1$

(d) $\frac{2^{\frac{7}{2}}}{2^{\frac{3}{2}}} = 2^{\frac{7}{2}-\frac{3}{2}} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 = 4$

(e) $\frac{27^{\frac{4}{3}}}{27^{\frac{2}{3}}} = 27^{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}} = 27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$

(f) $(-27)^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-1} = (-3^3)^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-1} = (-3)^2 \cdot 3^{-1} = 3^2 \cdot 3^{-1} = 3^{2-1} = 3$

Partie B.

(a) $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt[7]{a} = a^{\frac{1}{7}}, \quad \sqrt{a^7} = a^{\frac{7}{2}}, \quad \sqrt{a^2} = |a| = a$

(b) $\sqrt[3]{a^3} = a, \quad \sqrt[3]{a^9} = a^3, \quad \sqrt[4]{a^{12}} = a^3, \quad \sqrt[4]{a^{18}} = a^{\frac{9}{2}}$

(c) $\sqrt{a^0} = 1, \quad \dfrac{\sqrt{a^2}}{\sqrt[4]{a^4}} = \dfrac{a}{a} = 1, \quad \sqrt[3]{\dfrac{1}{a}} = a^{-\frac{1}{3}}, \quad \dfrac{\sqrt[16]{a^8}}{\sqrt[7]{a^{28}}} = \dfrac{\sqrt{a}}{a^4} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-4} = a^{-\frac{7}{2}}$

(d) $\sqrt{\dfrac{a^3}{a^6}} a^{-\frac{3}{2}}, \quad \sqrt[8]{\dfrac{a^{24}}{a^{12}}} = a^{\frac{3}{2}}, \quad \left(\sqrt[7]{a^6}\right)^2 = a^{\frac{12}{7}}$

(e) $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}, \quad \sqrt[3]{a^{2n}} = a^{\frac{2n}{3}}, \quad \sqrt[3m]{a^{6n}} = a^{\frac{2n}{m}},$

(f) $\dfrac{a^n}{\sqrt[m]{a^0}} = a^n, \quad \sqrt[2m]{\dfrac{a^{3n}}{a^{2n}}} = a^{\frac{n}{2m}} \quad \dfrac{\sqrt[8m]{a^{2n}}}{\sqrt[3m]{a^n}} = a^{\frac{n}{4m} - \frac{n}{3m}} = a^{-\frac{n}{12m}}$

Partie C.

(a) $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}, \quad a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}, \quad a^{\frac{7}{1}} = a^7$

(b) $a^{\frac{4}{6}} = \sqrt[3]{a^2}, \quad a^{\frac{16}{12}} = \sqrt[3]{a^4}, \quad a^{-\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{a}}$

(c) $a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}, \quad a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}, \quad a^{-\frac{1}{m}} = \dfrac{1}{\sqrt[m]{a}}$

(d) $a^{-\frac{n}{m}} = \dfrac{1}{\sqrt[m]{a^n}}, \quad a^{\frac{2n}{6m}} = \sqrt[3m]{a^n}$

Exercice 4

(a) Tout d'abord $|x|$ est positif. De plus, $(|x|)^n = x^n$ vu que n est pair. Donc $\sqrt[n]{x^n} = |x|$.
(b) Soient $x, y \in \mathbb{R}$ et $n, p \in \mathbb{N}_0$.
Propriété (2) : Supposons que $y \neq 0$ et ($x, y \geq 0$ ou n impair). Alors, les racines n-ièmes de x, y et $\frac{x}{y}$ existent. De plus, tous les quotients existent. Maintenant,

$$\left(\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}\right)^n = \frac{(\sqrt[n]{x})^n}{(\sqrt[n]{y})^n} = \frac{x}{y}$$

par la propriété (3) des puissances entières et la définition de la racine n-ième. Donc, si n est impair, nous avons montré que $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$. Si n est pair, notons que $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$ est positif et concluons que $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$.

Propriété (5) : Supposons que $x \geq 0$ ou (n et p impairs). Alors, les racines $\sqrt[n]{x}$, $\sqrt[p]{x}$ et $\sqrt[n \cdot p]{x^{n+p}}$ existent car $n \cdot p$ est impair si n et p impair. Par les propriétés (i) et (iv) des puissances entières on a

$$\left(\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[p]{x}\right)^{np} \overset{(i)}{=} \left(\sqrt[n]{x}\right)^{np} \cdot \left(\sqrt[p]{x}\right)^{np} \overset{(iv)}{=} \left(\left(\sqrt[n]{x}\right)^n\right)^p \cdot \left(\left(\sqrt[p]{x}\right)^p\right)^n,$$

ce qui égale $x^p \cdot x^n$ par la définition de la racine. Comme $x^{n+p} = x^p \cdot x^n$ et comme $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[p]{x}$ est positif au cas où x est positif, nous concluons que $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[p]{x} = \sqrt[n \cdot p]{x^{n+p}}$.

(c) Soient $x, y \in \mathbb{R}$ et $r \in \mathbb{Q}$ tels que $\left(\dfrac{x}{y}\right)^r$, x^r et y^r sont définis. Choisissons un nombre entier a et $n \in \mathbb{N}^*$ tels que $r = \dfrac{a}{n}$. Pour que l'on puisse diviser par y^r, il faut que $y \neq 0$. On suppose aussi que soit x et y sont positifs, soit n est impair. De plus, $x \neq 0$ si $a < 0$. Calculons

$$\begin{aligned}
\left(\frac{x}{y}\right)^r = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{a}{n}} = \sqrt[n]{\left(\frac{x}{y}\right)^a} &\qquad \text{définition de la puissance rationnelle}\\
= \sqrt[n]{\frac{x^a}{y^a}} &\qquad \text{propriété (2) des puissances entières}\\
= \frac{\sqrt[n]{x^a}}{\sqrt[n]{y^a}} &\qquad \text{propriété (2) des racines}\\
= \frac{x^r}{y^r} &\qquad \text{par définition des puissances rationnelles}
\end{aligned}$$

En effet les propriétés des puissances et des racines s'appliquent puisque les conditions sont satisfaites.

Exercice 5

Dans cet exercice, toutes les expressions avec des puissances rationnelles sont bien définies car le nombre a est supposé strictement positif.

20.

1) $a^{\frac{1}{2}}a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}} = a^{\frac{2+3}{4}} = a^{\frac{5}{4}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{\frac{5}{4}} = (\sqrt[4]{a})^5$
2) $(a^{-\frac{1}{2}})^2 = a^{-1}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{-1} = \frac{1}{a}$
3) $a^{-\frac{1}{2}}a^2 = a^{2-\frac{1}{2}} = a^{\frac{4-1}{2}} = a^{\frac{3}{2}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{a})^3$
4) $\left(\frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{-\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{1}{2}} = (a^{\frac{2+1}{3}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
5) $a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{3}} = a^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = a^{-\frac{3}{6}+\frac{2}{6}} = a^{-\frac{1}{6}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{a}}$
6) $\left(\frac{2}{a^{-\frac{1}{2}}}\right)^3 = 2^3 \cdot (a^{\frac{1}{2}})^3 = 8 \cdot a^{\frac{3}{2}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $8 \cdot a^{\frac{3}{2}} = 8 \cdot (\sqrt{a})^3$
7) $a^{1.25}a^{1.50} = a^{1.25+1.50} = a^{2.75}$
   Notons que $2.75 \cdot 4 = 11$ donc $2.75 = \frac{11}{4}$, donc cette expression sans exposant négatif, ni fractionnaire, est :
   $a^{2.75} = a^{\frac{11}{4}} = \sqrt[4]{a^{11}}$
8) $\left(a^{-\frac{1}{4}}\right)^{-2}\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^{-1} = a^{\frac{1}{2}}a^{-\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}} = a^{-\frac{1}{4}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{a}}$

21.

1) $\sqrt[3]{a^2}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{4}{6}+\frac{3}{6}} = a^{\frac{7}{6}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{a^7}$
2) $\sqrt[4]{a^2}\sqrt[3]{a} = a^{\frac{2}{4}}a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = a^{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}} = a^{\frac{5}{6}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5}$
3) $\sqrt[3]{a\sqrt{a}} = (a \cdot a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = (a^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
4) $\frac{\sqrt[3]{a}\sqrt{a^3}}{\sqrt[6]{a^5}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{5}{6}}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{3}{2}-\frac{5}{6}} = a^{\frac{2+9-5}{6}} = a^{\frac{6}{6}} = a^1 = a$
   Cette expression est déjà sans exposant négatif, ni fractionnaire.
5) $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{a}}{a^2}} = (a^{\frac{1}{2}-2})^{\frac{1}{3}} = (a^{-\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = a^{-\frac{1}{2}}$
   Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
   $a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$

6) $\left(\frac{\sqrt[3]{a^{-1}}}{a\sqrt{a^{-2}}}\right)^3 = \left(\frac{a^{-\frac{1}{3}}}{a\cdot a^{-\frac{2}{2}}}\right)^3 = (a^{-\frac{1}{3}})^3 = a^{-1}$
Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
$a^{-1} = \frac{1}{a}$

7) $\frac{27a^{-2}\sqrt{a^4}}{64\sqrt{a\sqrt{a}}} = \frac{27a^{-2}a^2}{64a^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{4}}} = \frac{27}{64a^{\frac{3}{4}}} = \frac{27}{64}a^{-\frac{3}{4}}$
Sans exposant négatif, ni fractionnaire :
$\frac{27}{64}a^{-\frac{3}{4}} = \frac{27}{64\sqrt[4]{a^3}}$

Exercice 6

1) Faux : avec $a = -1$ et $b = 0$, on a $(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} = 1$ et $a + b = -1$

2) Vrai : $\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a - b$. La première égalité est l'identité remarquable

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

3) Vrai : $\sqrt[n]{x^{3n}} = (x^{3n})^{\frac{1}{n}} = x^3$ car $x \geq 0$.

4) Vrai : $\sqrt[4]{2^2} = (2^2)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{2}}$

5) Faux : $\sqrt[6]{(-2)^2} = (2^2)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{3}}$ et $\sqrt[3]{-2} = -2^{\frac{1}{3}}$. Ici on ne peut pas simplifier la puissance 2 avec la racine 6 pour obtenir une racine troisième, car le nombre sur lequel s'appliquent les opérations est négatif (-2). Remarque que tu ne peux pas sortir la puissance de la racine sixième dans la première expression, car alors tu aurais une racine paire d'un nombre négatif.

6) Vrai : $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}$

Exercice 7

Monômes.

a.

monôme	coefficient	partie littérale	degré
$-5x$	-5	x	1
$2z^3$	2	z^3	3
$\frac{9}{2}y^8$	$\frac{9}{2}$	y^8	8
$-0{,}02$	$-0,02$	aucun	0
m^4	1	m^4	4
$3x^2yz$	3	x^2yz	4
$\frac{ab}{2}$	$\frac{1}{2}$	ab	2

b. Les monômes $5x$ et $\dfrac{x}{2}$ sont semblables. Les monômes $\dfrac{9}{2}y^3$ et $\sqrt{2}y^3$ également.

c.
1. $4a \cdot 3 = 4 \cdot 3 \cdot a = 12a$
2. $12x \cdot 2x = 12 \cdot x \cdot 2 \cdot x = 12 \cdot 2 \cdot x \cdot x = 24x^2$
3. $z \cdot u = zu$
4. $4z \cdot 1{,}5 \cdot 2z = 4 \cdot z \cdot 1{,}5 \cdot 2 \cdot z = 4 \cdot 1{,}5 \cdot 2 \cdot z \cdot z = 12z^2$
5. $-10x \cdot (-10x) \cdot (-10) = -10 \cdot x \cdot (-10) \cdot x \cdot (-10) = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot x \cdot x = -1000x^2$
6. $y \cdot y \cdot 4z = y \cdot y \cdot 4 \cdot z = 4 \cdot y \cdot y \cdot z = 4y^2z$

Exercice 8 (Optionnel)

Le premier carré est magique pour l'addition. Il suffit de calculer la somme des polynômes de chaque ligne, de chaque colonne et des deux diagonales. On trouve dans tous les cas $6x$. Pour travailler systématiquement on peut calculer le terme de degré 1 et celui de degré 0 de chaque somme.

Le deuxième n'est pas magique. La diagonale principale donne $3x + 10$ comme somme alors que la première ligne donne $3x + 12$.

Le premier carré est formé de monômes de coefficient 1. Il suffit donc de sommer les degrés de chacun pour vérifier qu'il est magique. On trouve x^9 comme produit.
On voit immédiatement que le second n'est pas magique pour la multiplication puisque le produit de la troisième ligne donne $4x^3$ alors que le produit de la première donne $4x^3 + 4x^2$.

Exercice 9

Cet exercice est le sujet d'un document séparé.