

# Cours Euler: Série 11

22 novembre 2023

## Exercice 1

**Le parallélisme est transitif.**

Soient  $a, b, c$  trois droites *distinctes*. Démontre l'implication suivante :

$$a \parallel b \text{ et } b \parallel c \implies a \parallel c.$$

Indication : utiliser l'axiome des parallèles.

## Exercice 2

Quel est le lieu géométrique des points du plan dont la projection sur  $d$  appartient à la demi-droite  $Sd$ ? Démontre ton affirmation.

## Exercice 3

Trace un grand triangle  $ABC$  et construis le triangle  $PQR$  dont les sommets sont les milieux de côtés du triangle  $ABC$ . Par le sommet  $A$  trace une parallèle  $x$  au côté  $BC$ , par  $B$  trace une parallèle  $y$  au côté  $AC$  et enfin par  $C$  trace une parallèle  $z$  au côté  $AB$ . Les droites  $x, y$  et  $z$  se coupent en trois points appelés  $X, Y$  et  $Z$ . Trace le triangle  $XYZ$ .

Quelles sont les dimensions de ce triangle par rapport au triangle  $PQR$ ? Et par rapport au triangle  $ABC$ ?

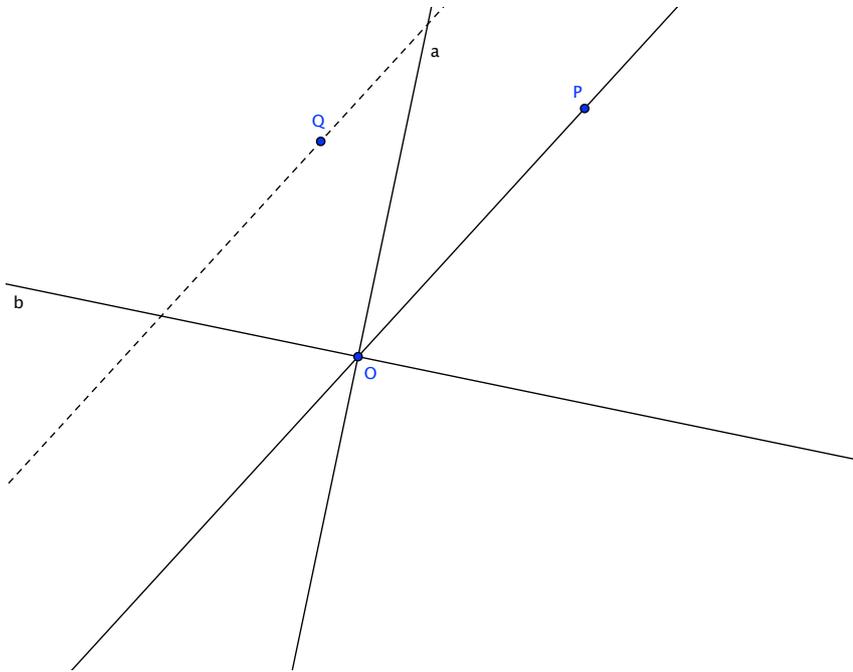
## Exercice 4

- 1) On donne trois points  $A, B, C$ . Placer un quatrième point  $D$  de sorte que la figure  $ABCD$  admette un centre de symétrie. Montre qu'il y a en général trois solutions. Construis les points  $D, D'$  et  $D''$  donnant ces solutions ainsi que les centres de symétrie correspondants.
- 2) On donne un segment  $[AB]$  et un point  $P \notin AB$ . Complète la figure de sorte qu'elle admette un centre de symétrie.
- 3) Démontre que tout point d'une droite est un centre de symétrie de cette droite.

**Exercice 5**

**Symétrie centrale comme composition de deux symétries axiales.** Nous allons montrer dans cet exercice qu'une symétrie centrale de centre  $O$  peut être construite comme la composition de deux symétries axiales dont les axes  $a$  et  $b$  sont perpendiculaires et se coupent en  $O$  (quel que soit le choix de tels axes). On considère donc la transformation  $f$  du plan donnée par  $P \mapsto S_b(S_a(P))$ .

- 1) Montre que l'image de  $O$  est  $O$ , mais que  $f(P) \neq P$  si  $P \neq O$ .
- 2) Quelle est l'image de la droite  $a$  par  $f$ ? et celle de  $b$ ?
- 3) Quelle est l'image d'une droite  $OP$  si  $P$  est un point ne se trouvant ni sur  $a$  ni sur  $b$ ?
- 4) Montre que l'image de  $P$  se trouve sur  $OP$  à la même distance de  $O$  que  $P$  et que donc  $f = S_O$ .  
Effectue la construction sur la figure suivante dans le cas indiqué :



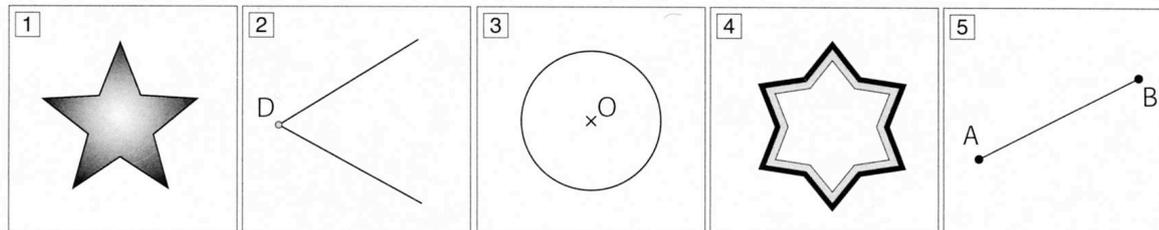
- 5) Considérons une droite  $m$  ne passant pas par  $O$ . On choisit un point  $Q$  de cette droite. Considérons la parallèle à  $m$  passant par  $O$ . Pour ne pas refaire une nouvelle figure, on va supposer (sans perte de généralité car  $P$  est quelconque) que cette parallèle est la droite  $OP$ . Construis l'image de cette droite dans la situation indiquée ci-dessus. Montre que l'image de  $Q$  ne se trouve pas sur  $m$ . Montre que l'image par  $f$  est une droite parallèle à  $OP$ , donc à  $m$ .

**Exercice 6**

Sur la donnée.

**Axes et centres de symétrie de figures**

a) Rappelle -toi... et aide-toi du calque si nécessaire pour rechercher et dessiner les axes et les centres de symétrie des figures suivantes.

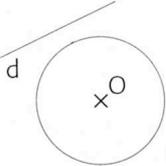
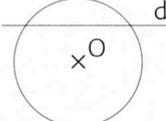
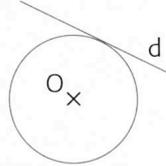
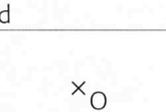
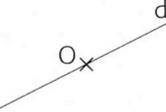


b)

Complète le tableau suivant :

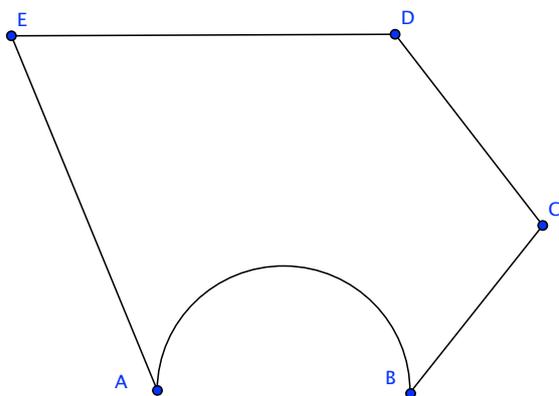
	Figures	Dessin des centres et des axes de symétrie	Centres de symétrie		Axes de symétrie	
			Nombre	Position	Nombre	Position
①	Droite					
②	Demi-droite					
③	Plan					
★						
④	Demi-plan					
★						

c) Fais de même pour ces figures. Attention ! Les deux éléments donnés forment une seule figure.

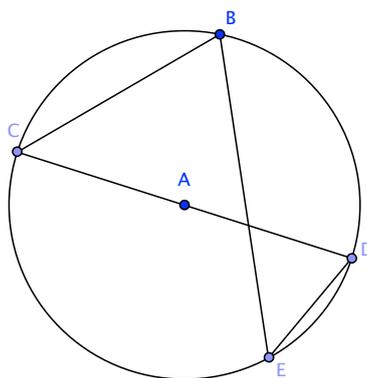
	<b>Figures composées</b>	<b>Dessin des centres de symétrie et des axes de symétrie</b>	<b>Nombre de centres de symétrie</b>	<b>Nombre d'axes de symétrie</b>
①	Un cercle et une droite extérieure au cercle			
②	Un cercle et une droite sécante au cercle			
③	Un cercle et une droite tangente au cercle			
④	Une droite et un point extérieur à la droite			
⑤	Une droite et un de ses points			

**Exercice 7**

1) Construis l'image de la figure suivante par la symétrie centrale  $S_B$



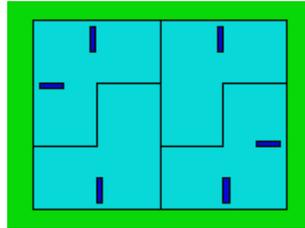
2) Sachant que l'image de A est le point  $A'$  par une symétrie centrale, construis le centre de symétrie  $O$ , puis l'image de la figure  $ABCDE$  par  $S_O$ .



$A'$

**Exercice 8 (Optionnel)**

Un casse-tête de [recreomath.qc.ca](http://recreomath.qc.ca). Amélie dessine sur le plancher de sa chambre le dessin suivant. Les segments courts font 10 mètres et les autres, marqués d'une barre font 20 mètres.



Quel est le plus long trajet qu'elle peut parcourir sans passer deux fois sur le même segment ?