

Cours Euler: Série 11

13 novembre 2024

Exercice 1

Le parallélisme est transitif. Soient a, b, c trois droites *distinctes*. Démontre l'implication suivante :

$$a \parallel b \text{ et } b \parallel c \implies a \parallel c.$$

Indication. Utiliser l'axiome des parallèles.

Exercice 2

Soit d une droite, $S \in d$ et considérons l'une des demi-droites Sd . Quel est le lieu géométrique des points du plan dont la projection sur d appartient à la demi-droite Sd ? Démontre ton affirmation.

Exercice 3

Trace un grand triangle ABC et construis le triangle PQR dont les sommets sont les milieux de côtés du triangle ABC . Par le sommet A trace une parallèle x au côté BC , par B trace une parallèle y au côté AC et enfin par C trace une parallèle z au côté AB . Les droites x, y et z se coupent en trois points appelés X, Y et Z . Trace le triangle XYZ .

Quelles sont les dimensions de ce triangle par rapport au triangle PQR ? Et par rapport au triangle ABC ?

Exercice 4

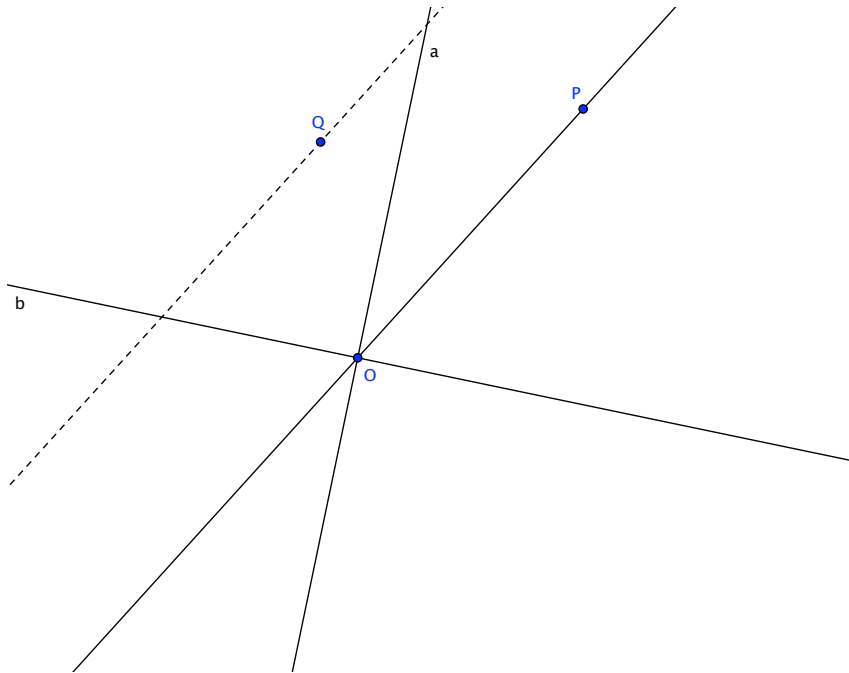
- 1) On donne trois points A, B, C . Placer un quatrième point D de sorte que la figure $ABCD$ admette un centre de symétrie. Montre qu'il y a en général trois solutions. Construis les points D, D' et D'' donnant ces solutions ainsi que les centre de symétrie correspondants.
- 2) On donne un segment $[AB]$ et un point $P \notin AB$. Complète la figure de sorte qu'elle admette un centre de symétrie.
- 3) Démontre que tout point d'une droite est un centre de symétrie de cette droite.

Exercice 5

Symétrie centrale comme composition de deux symétries axiales. Nous allons montrer dans cet exercice qu'une symétrie centrale de centre O peut être construite comme la composition de deux symétries axiales dont les axes a et b sont perpendiculaires et se coupent en O (quel que soit le choix de tels axes). On considère donc la transformation f du plan donnée par $P \mapsto S_b(S_a(P))$. On admet le résultat suivant (les deux bissectrices d'une croix) :

Une croix formée de deux droites sécantes a et b admet deux symétries axiales qui envoient a sur b et elles sont perpendiculaires.

- 1) Montre que l'image de O est O , mais que $f(P) \neq P$ si $P \neq O$.
- 2) Quelle est l'image de la droite a par f ? et celle de b ?
- 3) Quelle est l'image d'une droite OP si P est un point ne se trouvant ni sur a ni sur b ?
- 4) Montre que l'image de P se trouve sur OP à la même distance de O que P et que donc $f = S_O$.
Effectue la construction sur la figure suivante dans le cas indiqué :



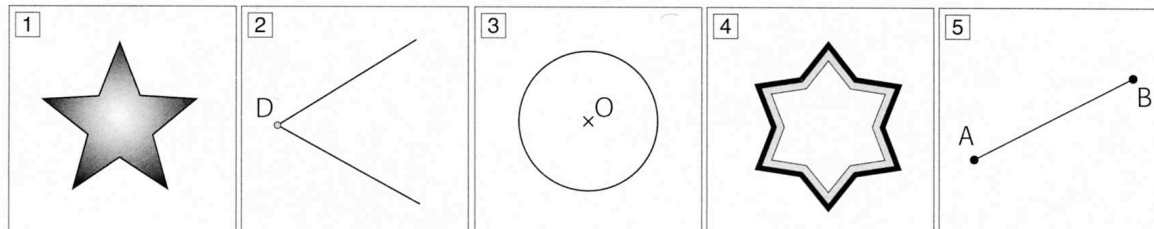
- 5) Considérons une droite m ne passant pas par O . On choisit un point Q de cette droite. Considérons la parallèle à m passant par O . Pour ne pas refaire une nouvelle figure, on va supposer (sans perte de généralité car P est quelconque) que cette parallèle est la droite OP . Construis l'image de cette droite dans la situation indiquée ci-dessus. Montre que l'image de Q ne se trouve pas sur m . Montre que l'image par f est une droite parallèle à OP , donc à m .

Exercice 6

Sur la donnée.

Axes et centres de symétrie de figures

- a) Rappelle -toi... et aide-toi du calque si nécessaire pour rechercher et dessiner les axes et les centres de symétrie des figures suivantes.

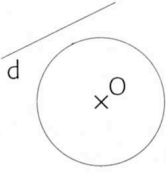
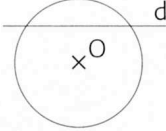
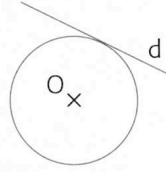
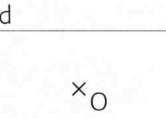
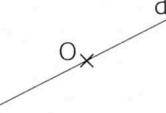


b)

Complète le tableau suivant :

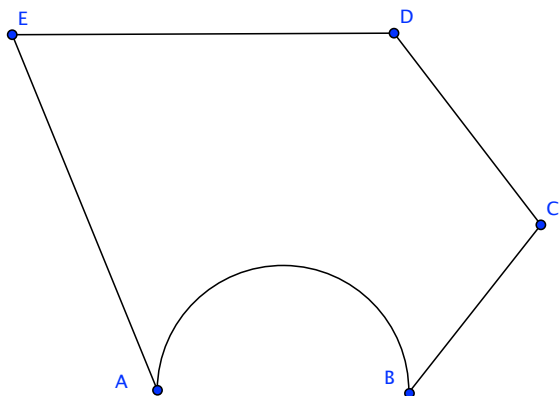
	Figures	Dessin des centres et des axes de symétrie	Centres de symétrie		Axes de symétrie	
			Nombre	Position	Nombre	Position
①	Droite					
②	Demi-droite					
③	Plan					
★						
④	Demi-plan					
★						

c) Fais de même pour ces figures. Attention ! Les deux éléments donnés forment une seule figure.

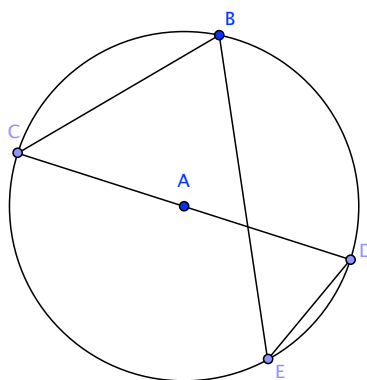
	Figures composées	Dessin des centres de symétrie et des axes de symétrie	Nombre de centres de symétrie	Nombre d'axes de symétrie
①	Un cercle et une droite extérieure au cercle			
②	Un cercle et une droite sécante au cercle			
③	Un cercle et une droite tangente au cercle			
④	Une droite et un point extérieur à la droite			
⑤	Une droite et un de ses points			

Exercice 7

1) Construis l'image de la figure suivante par la symétrie centrale S_B



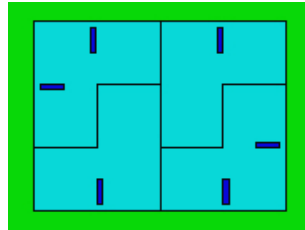
2) Sachant que l'image de A est le point A' par une symétrie centrale, construis le centre de symétrie O , puis l'image de la figure $ABCDE$ par S_O .



A'

Exercice 8 (Optionnel)

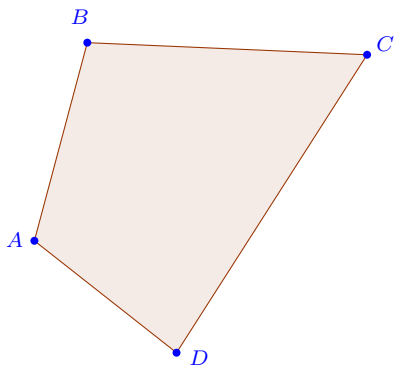
Un casse-tête de recreomath.qc.ca. Amélie dessine sur le plancher de sa chambre le dessin suivant. Les segments courts font 10 mètres et les autres, marqués d'une barre font 20 mètres.



Quel est le plus long trajet qu'elle peut parcourir sans passer deux fois sur le même segment ?

Exercice 9 (Optionnel)**Test 2016 : Construction.**

- 1) Une symétrie axiale transforme le quadrilatère $ABCD$ en un quadrilatère $A'B'C'D'$ dont on donne le point A' . Construis l'axe de symétrie et l'image du quadrilatère. On ne demande pas de marche à suivre ici, mais une construction visible à la règle et au compas. N'efface pas les traits de construction.



A'

- 2) Quelle est la position relative des droites AA' et BB' ? Donne une réponse et une justification liée à la construction précédente!

Exercice 10 (Optionnel)

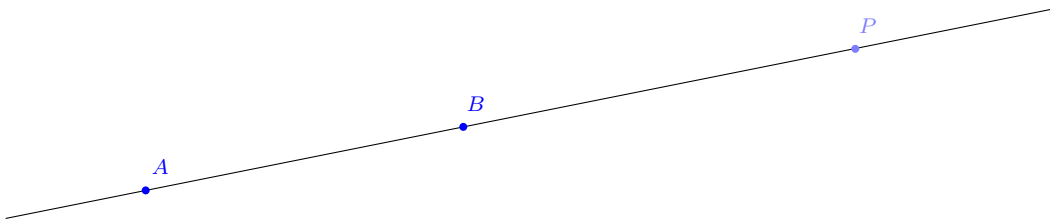
Test 2016 : La bissectrice. On donne un angle rectiligne Sab qui n'est pas plat.

- 1) Quelle est la *définition* de la bissectrice de l'angle rectiligne Sab ?
- 2) Exprime la bissectrice sous forme de *lieu géométrique*, c'est-à-dire donne une propriété géométrique qui distingue tous les points de la bissectrice de l'angle rectiligne considéré.
- 3) Donne la marche à suivre et construis la bissectrice d'un angle saillant Sab donné. On suppose que la construction de la médiatrice est connue.

Exercice 11 (Optionnel)

Test 2016 : Théorie, la symétrie axiale.

- 1) L'axiome de symétrie dit qu'il existe des isométries qui fixent une droite d donnée (point par point). Combien en existe-t-il et comment s'appellent-elles? Explique comment chacune d'elles transforme le plan.
- 2) Soit A, B et P trois points alignés comme sur la figure ci-dessous. Démontre que si T est une isométrie du plan qui fixe A et B , c'est-à-dire $T(A) = A$ et $T(B) = B$, alors T fixe aussi le point P . Explique quels axiomes tu utilises pour justifier ton raisonnement.



- 3) Soit T une isométrie du plan qui fixe trois points non alignés A, B et C . En t'appuyant sur les parties (1) et (2), démontre que T est l'identité.

Exercice 12 (Optionnel)

Test 2016 : Vrai ou faux? Justifie brièvement tes réponses. Une réponse sans justification ne donnera aucun point.

- 1) Il existe une géométrie qui satisfait les axiomes de connexion ayant exactement sept points (un dessin suffit pour justifier).
- 2) Il existe un triangle dont les côtés mesurent 4, 12 et 7 centimètres.
- 3) Dans une géométrie qui satisfait les axiomes de distance et de symétrie il y a une infinité de points sur une demi-droite.
- 4) Deux angles opposés par le sommet sont toujours supplémentaires.

Exercice 13 (Optionnel)**Un problème.**

Trois caméras sont placées sur un plateau de télévision aux points A , B et C indiqués ci-dessous. Bertrand Piccard décide de s'installer à égale distance de chacune des caméras. Où doit-il placer sa chaise ? Construis ta solution (sans donner la marche à suivre), mais justifie brièvement ta réponse.

ABC